

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ЗЕМЛИ ИМ. О.Ю. ШМИДТА РОССИЙСКОЙ
АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи



Жарков Денис Александрович

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АМПЛИТУДНЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В
НЕОДНОРОДНЫХ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ СРЕДАХ**

Специальность 1.6.9
«Геофизика»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
к. ф.-м. н. Жостков Р.А.

Москва - 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
Глава 1. Современное состояние исследований по теме диссертации	13
1.1. Поверхностные акустические волны в слоистом полупространстве	13
1.2. Поверхностно-волновые методы изучения геофизических сред.....	16
1.2.1. Дисперсионные методы	18
1.2.2. Статистические методы	23
1.3. Заключение к главе 1	28
Глава 2. Теоретическое описание распространения поверхностной акустической волны в неоднородных средах	30
2.1. Аналитическая модель	30
2.1.1. Постановка задачи	30
2.1.2. Выражения для акустического поля в плоскостройной среде	32
2.1.3. Приближение плавно неоднородной по горизонтали среды	36
2.2. Численная модель	40
2.3. Валидация аналитической модели	45
2.3.1. Постановка без дисперсии	45
2.3.2. Постановка с дисперсией	49
2.4. Применение аналитической модели во временной области	56
2.5. Заключение к главе 2	61
Глава 3. Область применимости аналитической модели	63
3.1. Невязка между аналитическим и численным решением.....	63
3.1.1. Отличия аналитического и численного подхода	63
3.1.2. Постановка без дисперсии	66
3.1.3. Постановка с дисперсией	67

3.2. Случай аномальной дисперсии	70
3.3. Заключение к главе 3	73
Глава 4. Чувствительность волны рэлеевского типа на поверхности среды к изменению ее упругих параметров	75
4.1. Постановка без дисперсии (демонстрация анализа)	75
4.2. Постановка с дисперсией	78
4.2.1. Чувствительность доминантной длины волны к изменению параметров многослойной среды	78
4.2.2. Чувствительность амплитуды волны рэлеевского типа на поверхности многослойной среды к изменению ее параметров	82
4.3. Заключение к главе 4	94
Глава 5. Прямая задача микросейсмического зондирования	96
5.1. Параметризация модели произвольно неоднородной среды	96
5.2. Рабочий цикл для получения синтетических данных метода микросейсмического зондирования	105
5.2.1. Расчет относительных интенсивностей акустического поля на поверхности среды	105
5.2.2. Постобработка результатов с учетом эффекта изменения абсолютной разрешающей способности поверхностной акустической волны по горизонтали с увеличением длины волны	108
5.3. Сходимость решения прямой задачи микросейсмического зондирования	115
5.4. Заключение к главе 5	117
Глава 6. Обратная задача микросейсмического зондирования	119
6.1. Постановка задачи	119
6.2. Используемый метод	125

6.3. Детерминированная задача.....	128
6.4. Стохастическая задача	136
6.5. Заключение к главе 6.....	137
Заключение.....	139
Список литературы.....	141
Приложение 1	167

ВВЕДЕНИЕ

Характерные свойства поверхностных акустических волн (ПАВ) позволяют использовать их во многих практических приложениях. В сейсморазведке они используются как средство исследования внутреннего строения внешних слоев Земли (определение границ слоев, дефектов и неоднородностей), поскольку скорость, затухание, амплитуды и структура ПАВ связаны с упругими свойствами сред, вдоль границы которых она распространяется. Такие геофизические методы как многоканальный анализ поверхностных волн (MASW) используют информацию о скорости волны и с их помощью восстанавливается модель исследуемой среды на основе анализа дисперсионной кривой. Другие подходы, например, метод микросейсмического зондирования (ММЗ) или метод спектрального отношения горизонтальной к вертикальной компоненте (HVSР) основаны на измерении амплитуд и последующем анализе спектров измеренных сигналов. Эти подходы имеют свои сильные и слабые стороны и возникает вопрос о возможности объединения этих методов для максимизации используемой экспериментальной информации и получения наиболее точного решения обратных задач. Для этого необходимо отчетливо понимать механизмы распространения поверхностной волны не только в вертикально, но и горизонтально неоднородных средах, причем исследовать не только скоростные характеристики, но и амплитудные.

Актуальность темы

Актуальность темы, представленной в диссертационной работе, обусловлена необходимостью совершенствования используемых пассивных поверхностно-волновых методов изучения геофизических сред.

В настоящее время количественную интерпретацию имеют методы, основанные на анализе скоростных характеристик поверхностных волн, в то время как методы, основанные на анализе амплитудных характеристик, в частности ММЗ, не имеют процедуры инверсии и поэтому позволяют получать лишь качественную информацию о структуре среды.

Имея аналитический подход, позволяющий рассчитывать, как скоростные, так и амплитудные характеристики поверхностных волн, представляется возможным эффективно решать прямые задачи методами как дисперсионной, так и статистической группы, открывая таким образом возможность их комплексирования, т.е. реализовать такой алгоритм инверсии, который бы учитывал всю доступную экспериментальную информацию, что позволит существенно улучшить точность и качество получаемых результатов. Важно отметить, что реализация комплексирования возможна с помощью численного моделирования, однако аналитический подход может оказаться существенно эффективнее с точки зрения вычислительных ресурсов, в особенности в трехмерной постановке, что актуально для решения обратной задачи.

Степень разработанности темы

Исследованию свойств поверхностных волн в слоистых средах посвящено много работ. Эти свойства можно разделить на две группы: дисперсионные характеристики и амплитудные. Первая группа свойств достаточно хорошо исследована – существуют методы их быстрого расчета и алгоритмы инверсии этих данных. Иная ситуация обстоит с амплитудными характеристиками. Основанные на них методы (например, HVSR и MM3) активно используются, однако полученные результаты несут лишь качественную информацию. Существуют работы, посвященные теоретическому обоснованию HVSR метода, в то же время для MM3 подобных полных исследований нет. В этом контексте важно отметить исследования, посвященные рассеянию ПАВ на неоднородности, в которых, однако, основное внимание уделяется включениям меньшим или сопоставимым по величине с длиной волны, что затрудняет использование этих результатов в общем случае. Таким образом, для обеспечения количественной интерпретации MM3 необходимо дальнейшие исследования амплитудных характеристик поверхностных волн для различных конфигураций неоднородных сред.

Цель и основные задачи исследования

Целью диссертационной работы является построение подхода, позволяющего аналитически рассчитывать амплитудные характеристики поверхностной акустической волны в горизонтально неоднородной слоистой среде.

Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

1. Построить математическую модель распространения ПАВ в неоднородной среде для расчета как скоростных, так и амплитудных характеристик волны.
2. Произвести валидацию полученной математической модели с помощью сравнения с результатами численного моделирования.
3. Определить область применимости подхода, т.е. количественно определить вклад допущений, лежащих в основе математической модели.
4. Проанализировать получаемые зависимости относительной амплитуды ПАВ на свободной границе от параметров слоистой среды.
5. С помощью разработанного алгоритма решить прямую задачу микросейсмического зондирования.
6. Продемонстрировать возможность реализации алгоритма инверсии на основе предлагаемого подхода.

Результаты и их научная новизна

1. Предложен новый обобщенный подход, позволяющий описывать изменение амплитуды ПАВ на поверхности среды при переходе из одной слоистой среды с нормальной дисперсией в другую.
2. Рассмотрены различные конфигурации слоистой среды. Рассчитаны зависимости относительного изменения амплитуды ПАВ от различных физических и геометрических параметров систем, а также проведена валидация модели на основе сравнения с результатами численного моделирования.
3. Проведено сравнение аналитического и численного подхода к расчету амплитудных характеристик ПАВ. Рассчитаны зависимости невязки между численным и аналитическим решением в зависимости от длины зоны перехода и

контраста упругих параметров для однослойной и трехслойной среды и определены зоны применимости аналитического подхода для этих случаев.

4. Проанализирована чувствительность амплитуды ПАВ к изменению скоростей продольных и поперечных волн, а также плотности в многослойной среде и показано, что интерпретация данных ММЗ на основе коэффициента глубинной привязки и ограничение на постоянное значение коэффициента Пуассона может существенно влиять на итоговые результаты.
5. Предложен подход к параметризации среды произвольной конфигурации, а также процедура постобработки для учета эффекта уменьшения абсолютной разрешающей способности ПАВ по горизонтали с увеличением длины зондирующей волны, что позволило получить синтетические данные микросейсмического зондирования.
6. На основе байесовского подхода продемонстрирована возможность применения разработанного метода для решения обратной задачи, а также исследован вклад различных вариантов априорной информации.

Методология и методы диссертационного исследования

Расчет выражений для компонент смещений ПАВ в рассматриваемых средах проводился на основе общей теории механики идеальной изотропной сплошной среды и следующих из нее методов расчёта волновых полей в упругих телах.

Для конкретизации аналитических решений необходимо использование граничных условий, представляющих собой систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), анализ которых сводится к поиску собственных значений характеристической матрицы и решению соответствующей системы уравнений. Для первой задачи использовался метод Томпсона-Хаскелла, для второй – метод Крамера.

Для установки связи между полями в различных плоскостных средах в качестве инварианта использовалась величина потока энергии через полупространство в нулевом приближении. Поиск этой величины проводился с использованием ВКБ-приближения.

Для валидации получаемых аналитических решений использовалось численное моделирование, выполненное в программном пакете COMSOL Multiphysics методом конечных элементов.

Для поиска решения обратной задачи использовался байесовский подход. Поиск минимума функционала невязки осуществлялся с помощью метода Марковской цепи Монте-Карло (МСМС), а именно его реализации методом Метрополиса–Гастингса.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Разработанный аналитический подход позволяет рассчитывать амплитудные характеристики поверхностной акустической волны в горизонтально неоднородной слоистой среде с нормальной дисперсией при допустимом градиенте физических параметров исходной среды около 10% на одну длину зондирующей волны.
2. Не существует единого доминирующего параметра среды, влияющего на преобладающее изменение амплитуды поверхностной акустической волны на свободной границе: вклад изменения скоростей упругих волн и плотности сопоставим по величине и имеет существенно нелинейный вид.
3. Предложенный аналитический подход позволяет получить синтетические данные микросейсмического зондирования для произвольно неоднородной среды с нормальной дисперсией.
4. Разработанный аналитический подход может быть использован при решении обратной задачи микросейсмического зондирования.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость работы заключается в построении унифицированного подхода к анализу характеристик ПАВ как в вертикально-, так и горизонтально-неоднородных средах, а также получении ряда новых фундаментальных результатов. В частности, показано, что при переходе из однослойной среды в однослойную зависимости изменения амплитуды волны на поверхности среды от изменения скорости поперечных волн имеет экстремум, что говорит о более сложной зависимости свойств ПАВ от этого параметра.

Для многослойной среды показано, что в зависимости от частоты основной вклад в изменение амплитуды ПАВ на поверхности среды может вносить как изменение скорости продольных, так и поперечных волн. Кроме того, продемонстрировано, что чувствительность относительной амплитуды ПАВ к изменению плотности сопоставима по величине с чувствительность к изменению скоростей упругих волн, в отличие от скорости ПАВ, чувствительность которой к изменению плотности существенно ниже, чем к скоростям упругих волн.

Существенные отличия поведения амплитудных характеристик ПАВ от скоростных дают основания для дальнейших теоретических исследований свойств ПАВ в неоднородных средах.

Практическая значимость работы заключается в возможности использования предлагаемого аналитического подхода для получения синтетических данных микросейсмического зондирования и, как следствие, построения алгоритма инверсии этого метода.

Для определения области применимости построенной математической модели, рассчитаны зависимости невязки между численным и аналитическим решением в зависимости от длины зоны перехода и контраста упругих параметров для однослойной и трехслойной системы. Показано, что область применимости аналитической модели зависит от номера зондируемого слоя. Полученные результаты могут быть использованы для оценки невязки для сложнопостроенных систем, поскольку трехслойную постановку можно считать универсальной.

Личный вклад автора

В ходе написания данной работы диссертант лично:

1. Выполнил анализ современного состояния исследований по теме диссертационной работы.
2. Выполнил необходимые математические выкладки, а также реализовал программные алгоритмы для их использования на ЭВМ.
3. Провел расчеты на ЭВМ скоростных и амплитудных характеристик ПАВ в рассматриваемых средах с помощью полученных аналитических соотношений.
4. Подготовил графическое представление окончательных результатов.

5. Реализовал программное обеспечение для аналитического исследования прямой и обратной задачи микросейсмического зондирования, в том числе реализовал необходимые для этого алгоритмы параметризации и постобработки.

Численное моделирование, представленное в диссертации, было выполнено научным руководителем к. ф.-м. н. Жостковым Р.А.

Степень достоверности результатов

Достоверность полученных результатов обосновывается следующим:

1. Полученные в работе решения в предельных случаях согласуются с известными аналитическими решениями;
2. Полученные результаты демонстрируют соответствие с данными независимо проведенного численного моделирования, выполненного другими исследователями;
3. Характер рассчитанного пространственного распределения относительной интенсивности ПАВ на поверхности неоднородной среды качественно согласуются с аналогичными зависимостями, получаемыми в эксперименте;
4. Полученные аналитические и численные решения сходятся.

Апробация работы

Результаты работы были представлены в виде докладов на 9 конференциях:

1. Всероссийской научной конференции МФТИ (Долгопрудный, 2023, 2024, 2025);
2. Сессии Российского акустического общества (Москва, 2024, 2025);
3. Всероссийской школе-семинаре «Волновые явления: физика и применения» имени профессора А.П. Сухорукова (Красновидово, 2024, 2025);
4. Научной конференции молодых ученых и аспирантов ИФЗ РАН (Москва, 2023, 2024);

А также ежеквартально докладывались на постояннодействующем семинаре Фундаментальные проблемы экологической геофизики и вулканологии в ИФЗ РАН.

Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 11 печатных изданиях, 3 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК: Акустический журнал, Доклады РАН. Науки о Земле, остальные 8 - в научных трудах и тезисах

конференций. Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023669232 [Приложение 1].

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и приложения. Полный объем диссертации составляет 167 страниц текста с 46 рисунками и 15 таблицами. Список литературы содержит 244 наименования.

Благодарности

Автор выражает благодарность научному руководителю, к.ф.-м.н. Руслану Александровичу Жосткову, ведущему научному сотруднику Лаборатории фундаментальных проблем экологической геофизики и вулканологии ИФЗ РАН, за помощь и поддержку как в профессиональном, так и в личном отношении.

Автор благодарен коллегам по лаборатории, в особенности чл.-корр. РАН д.ф.-м.н. Алексею Леонидовичу Собисевичу, д.ф.-м.н. Андрею Владимировичу Разину и к.ф.-м.н. Дмитрию Александровичу Преснову, за общее благожелательное отношение и ценные замечания и комментарии.

Также автор выражает признательность старшему научному сотруднику кафедры акустики физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова к.ф.-м.н. Владимиру Андреевичу Гусеву, который не только внес значительный вклад в выбор основного научного направления, но и продемонстрировал важность и эстетичность теоретического исследования.

ГЛАВА 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1.1. Поверхностные акустические волны в слоистом полупространстве

Исследование поверхностных волн началось с работы английского физика лорда Рэлея [1]. Рэлей показал, что вдоль границы между твёрдым упругим полупространством и вакуумом могут распространяться волны с быстро спадающей амплитудой. В изотропном твердом полупространстве такая волна состоит из двух плоских неоднородных – продольной и поперечной с векторами смещений, лежащими в плоскости, перпендикулярной границе и параллельной направлению распространения волны. Эти волны и соответственно рэлеевская волна – волны с вертикальной поляризацией, а движение частиц происходит по эллипсу. Кроме того, смещение в такой волне, нормальное к поверхности, сначала возрастает, а затем монотонно убывает с глубиной. В то же время смещение, параллельное поверхности, на определенной глубине меняет знак, что приводит к тому, что на этой глубине волна меняет поляризацию.

Рэлеевские волны важны в сейсмологии, так как их энергия сосредоточена в верхнем слое, и они затухают медленнее объёмных волн [2]. Они также используются в ультразвуковой дефектоскопии [3]. Изучение рэлеевских волн активизировалось из-за технических потребностей в ультразвуковом диапазоне, где изучались способы возбуждения [4, 5], затухание [5, 6] и распространение по искривлённым поверхностям [7-10]. Обзор работ, посвященных ПАВ, можно найти в диссертации [244], а обзор и изучение ультразвуковых поверхностных волн можно найти в работе [11].

Существует множество различных типов поверхностных волн, включая волны Лэмба [12], Лява [13] и другие волны [14, 15]. Волны Лява, к примеру, представляют собой волновые движения со взаимно дополнительным типом поляризации, представляющие собой плоские волновые движения со смещениями, параллельными свободной поверхности полупространства и перпендикулярные направлению распространения.

В геофизических исследованиях интерес также представляют волны

Стоунли, которые распространяются вдоль границы между упругими полупространствами. Они были описаны Стоунли в 1924 г. [16]. В этой работе рассматривается вопрос о возможности существования волн, аналогичных волнам Рэлея и волнам Лява, которые распространяются в недрах Земли вдоль соединения слоев или главным образом внутри определенного слоя, так что энергия рассеивается за счет внутренней вязкости без возникновения каких-либо колебаний поверхности. Также в [16] были получены дисперсионные уравнения для ПАВ на границе двух твердых полупространств и открыт новый тип волн – волны Стоунли, которые являются обобщением волн Рэлея и волн Лява. В изотропных твердых телах волны Стоунли имеют вертикальную поляризацию, горизонтальная же возможна только в случае наличия твердого слоя между полупространствами, скорость поперечных волн в котором меньше, чем в граничных полупространствах. Волны Стоунли, как и волны Рэлея, не обладают дисперсией фазовой скорости. Эта скорость, как и другие характеристики волн, полностью определяется плотностями и упругими параметрами граничных сред. Скорость волн Стоунли всегда меньше скоростей продольных и поперечных волн в граничных средах.

Особый интерес вызывает вопрос касательно области существования волн Стоунли. Этой теме было положено начало в 1939 г. Сезавой и Канай в работе «The range of possible existence of Stoneley waves» [17], в которой были определены области значений упругих параметров и плотности, в пределах которых существует волна Стоунли, а также построены дисперсионные зависимости. В 1946 г. Шолте публикует работу «The range of existence of Rayleigh and Stoneley waves» [18], в которой дополняет результаты Сезавы, а также рассматривает влияние приповерхностного слоя на область существования волн Стоунли.

Применение ПАВ для изучения недр было предложено сейсмологами для анализа земной коры и верхней мантии [19-24]. В геофизике исследователи сталкиваются с инфразвуковыми поверхностными волнами, вызванными микросейсмическим шумом, землетрясениями, извержениями вулканов и другими природными явлениями, а также техногенными воздействиями, такими как взрывы и работа мощной техники, например, сейсмодвибраторов [244].

В неоднородных средах характеристики поверхностной волны зависят от частоты. Это свойство получило название дисперсии. Изучение дисперсионных характеристик поверхностных волн в различных неоднородных средах имеет важное значение для решения практических задач. В работах российских учёных [25-26] предложены различные методы анализа волновых полей. В других работах исследована дисперсия поверхностных волн для двухслойного [27] и трёхслойного [28] полупространства. Существуют подходы, основанные на использовании функции Грина [29-31]. В работе [30], в частности, исследовалось распределение энергии между различными типами волн. Также изучались дисперсионные свойства слоистого неоднородного полупространства [32, 33] и зависимость групповой скорости от частоты [34, 35]. Большинство исследований сосредоточено на фундаментальной моде рэлеевской волны, но анализ высших мод также представлен в литературе [36-38].

Следует отметить, что существует бесконечное множество нормальных волн, которые распространяются через слоистую среду. Эти волны можно разделить на две категории. Первая категория включает в себя захваченные волны, описанные в работах [39, 40]. Энергия этих волн сосредоточена в определённых зонах внутри структуры слоёв (обычно в низкоскоростных слоях), и они слабо проявляются на поверхности, но хорошо регистрируются в скважинах. Вторая категория состоит из волн, распространяющихся по поверхности, как описано в работах [41,42]. Несмотря на пространственное разделение, в случае аномального строения слоистой среды могут возникать ситуации, когда поверхностные волны не распространяются в определённом частотном диапазоне. В таких ситуациях захваченные волны могут оказывать влияние на сейсмическое оборудование, установленное на земле, как указано в исследовании [28]. Поэтому важно чётко понимать, какой тип волн преобладает в проводимых исследованиях.

Были предприняты попытки изучить другие типы поверхностных волн в полевых условиях, такие как волны Лява и Стоунли [43] или волны Шолте в морской среде [44]. Однако эти исследования столкнулись с трудностями, связанными с необходимостью использования более зашумленных

горизонтальных компонент сейсмометров для наблюдения волн Лява и слабой зависимостью скорости этих волн от частоты, особенно при распространении по океаническому дну [244].

С развитием вычислительной техники появились новые возможности для моделирования ПАВ в слоистых средах. Метод матриц распространения, описанный в работах [45, 46], широко применяется в различных приложениях и численных алгоритмах. Однако его точность снижается в высокочастотном диапазоне, поэтому были разработаны модификации, предложенные [47, 48], которые помогают устранить эту проблему.

При изучении Канадского щита было показано, как метод наименьших квадратов, описанный в работах [49,50], может быть использован для минимизации ошибок при сравнении наблюдаемых и теоретических дисперсионных кривых. Более поздние усовершенствования включают применение Фурье-анализа для определения фазовых скоростей, описанное в работах [51, 52], использование скользящего окна и множественной фильтрации, представленное в работах [53, 54], а также кросскорреляционный анализ экспериментальных и теоретических данных для получения более точных результатов, описанный в [55].

Таким образом, с развитием вычислительных мощностей исследователи смогли эффективно извлекать полезную информацию из поверхностных волн, которые прежде представлялись лишь в качестве помехи [56-69]. Обзор посвященных этой теме работ можно также найти в [244].

1.2. Поверхностно-волновые методы изучения геофизических сред

Тот факт, что основная часть энергии источника переходит в возбуждение именно ПАВ и их более медленное геометрическое расхождение [70] позволяют поверхностным волнам быть наиболее надежным сигналом по сравнению с объемными волнами, особенно в ситуациях, когда свойства источника неизвестны.

Современные поверхностно-волновые методы изучения геофизических сред подразделяются на активные и пассивные, которые отличаются друг от друга типом источника зондирующих волн [71]. В активных методах тип источника и его

параметры считаются известными, в то время как в пассивных методах используются существующие фоновые волновые поля как природного, так и техногенного происхождения.

Эффективность использования ПАВ в пассивных методах разведки подтверждает тот факт, с помощью них решается множество как фундаментальных, так и практических задач, таких как, например, исследования строения верхней части земной коры на основе анализа кросс-корреляционной функции сейсмического шума [72], исследование глубинного строения недр [73-75], поиск месторождений углеводородов по локальным особенностям микросейсмического поля [76,77], пассивный сейсмический мониторинг месторождений [78-81] и пр.

В пассивных методах основным источником сигнала являются микросейсмы [82], т.е. малые фоновые колебания поверхности Земли, которые фактически представляют собой ПАВ. Поскольку такой фон является более низкочастотным сигналом, он позволяет получать информацию о больших глубинах по сравнению с активными методами, в которых используются более высокие частоты. Помимо этого, микросейсмический шум преимущественно состоит из основной моды волны Рэлея вследствие удаленности источников и присутствует в любой точке земной поверхности, а его использование требует меньших затрат ресурсов. По этим причинам к изучению микросейсм как источнику сигнала прикован большой интерес.

Одним из первых важных вопросов являлся вопрос о природе и источниках микросейсм. Так, изначально предполагалось, что источником микросейсм является воздействие морских волн на береговую зону. Однако позднее выяснилось, что основной вклад вносят возмущения воздушных масс в атмосфере [83]. Что касается природы микросейсмического шума, то он, как было показано измерениями, представлен преимущественно волнами Рэлея и Лява, что понятно, учитывая их более медленное расхождение. Более полное описание особенностей микросейсмического поля представлены в [84, 85].

Важным свойством микросейсмического поля является его широкополосность (от сотен долей Гц до нескольких кГц). Однако основная энергия сосредоточена в диапазоне от 0.05 Гц до 0.25 Гц. В литературе также можно встретить понятие микротремора [86]. Отличие от микросейсм заключается в выбираемом частотном диапазоне. Для микросейсм $f < 1$ Гц, для микротремора - $f > 1$ Гц. Исследование связи свойств среды с особенностями микросейсмического поля представлено во многих работах как отечественных [87-90], так и зарубежных авторов [91-96].

По типу получаемой и анализируемой информации поверхностно-волновые методы можно условно разделить, согласно [97], на «дисперсионные» (или скоростные) и «статистические» (или амплитудные). Первые используют информацию о зависимости скорости поверхностной волны от частоты, т.е. дисперсионную кривую. Вторые основываются на анализе амплитудных соотношений компонент смещений на земной поверхности. Далее рассмотрим методы обеих групп по отдельности.

1.2.1. Дисперсионные методы

Первый метод, разработанный для изучения грунтов в малых масштабах, был основан на принципе стационарного состояния Рэлея, предложенном Джонсом в 1962 году [98]. Затем он был адаптирован на экспериментальной станции [99]. Этот метод использует один приёмник и источник стационарного монохроматического сигнала. Приёмник перемещается в радиальном направлении от источника до тех пор, пока разность фаз между ними не станет равной нулю. В этот момент расстояние между приёмником и источником становится равным длине поверхностной волны. Зная это расстояние и частоту исходного сигнала, можно определить скорость распространения рэлеевских волн. Хотя этот метод может показаться устаревшим и трудоёмким, его основные принципы лежат в основе всех последующих методик.

Метод SASW (Spectral Analysis of Surface Waves – спектральный анализ поверхностных волн) был впервые описан в 1980-х годах [100, 101]). Он основан

на измерении фазового сдвига между двумя вертикально расположенными сейсмоприёмниками. Это позволяет определить эффективную дисперсионную кривую [102]. Обычно расстояния между источником и первым приёмником и между первым и вторым приёмниками одинаковы [103]. Это расстояние должно быть достаточным для разделения разных фаз волн, но слишком большое расстояние может привести к сглаживанию сигнала и некорректной интерпретации. В работе [104] представлены рекомендации по размещению приёмников и излучателей для компенсации влияния различий в характеристиках приёмников и советы по оборудованию. Данные обычно регистрируются в частотном пространстве, где строятся взаимные спектры мощности и корреляционные функции между двумя приёмниками, что позволяет построить искомые дисперсионные кривые.

В настоящее время этот метод широко используется в инженерных задачах, когда нет возможности использовать большое количество дорогих приёмников. Чтобы улучшить метод, учёные разработали модификации и усовершенствования. Например, в исследовании [105] была предложена новая процедура инверсии с использованием генетического алгоритма. Этот алгоритм начинает с прямого решения дисперсионного уравнения Рэлея с произвольными начальными данными, а затем продолжает поиск новых, более подходящих входных данных, имитируя процессы скрещивания, отбора и мутаций в природе. Основная цель этого метода – найти модель, которая максимально соответствует реальным данным, и это достигается благодаря тому, что теоретическое решение в каждом поколении точнее соответствует эксперименту. Описание метода SASW также приведено в [244].

Метод MASW (Multichannel Analysis of Surface Waves – многоканальный анализ поверхностных волн) [106, 107] является одним из наиболее практичных неинвазивных методов сейсморазведки, используемых в настоящее время. MASW оказывается более эффективным, чем SASW, поскольку последний либо недооценивает, либо не учитывает объёмные, отраженные и рассеянные поверхностные волны. MASW отображает процессы дисперсии всех типов волн

(объемных и поверхностны) с помощью метода преобразования волнового поля, который напрямую преобразует многоканальную запись в изображение, где в преобразованном распределении энергии распознается конкретная картина рассеяния. Из выявленного паттерна извлекается необходимая преобразованная энергия. Все остальные отраженные и рассеянные волны автоматически удаляются во время преобразования. Вся процедура для MASW состоит из трех этапов: (I) получение многоканальных полевых записей (II) извлечение дисперсионных кривых и (III) инвертирование этих дисперсионных кривых для получения профиля 1D V_s (скорость поперечной волны). Путем размещения каждого профиля 1D V_s создается 2D карта V_s с помощью соответствующей схемы интерполяции. На практике распространены два типа методов MASW [108]: активный MASW и пассивный MASW.

Активный MASW использует традиционный режим сейсмической рефракционной съемки с использованием активных сейсмических источников, таких как молоты, грузоподъемные устройства и пр. Максимальная глубина исследования 20-30 м. Она может варьироваться в зависимости от исследуемой области и источника. Максимальная глубина зондирования определяется наибольшей длиной волны поверхностных волн. Генерируемые самые длинные волны зависят от мощности удара источника. Чем больше сила удара, тем длиннее будет длина волны и больше глубина проникновения. Что касается приемников, эффективным и удобным в полевых условиях является наземный геофон. Длина полосы приемников напрямую связана с самой большой длиной волны, которая, в свою очередь, определяет максимальную глубину исследования зонда. Расстояние между приемниками связано с наименьшей длиной волны. Расстояние между источником и приемником [109, 110] является одной из переменных, влияющих на горизонтальное разрешение дисперсионной кривой. Многоканальная антенная решетка регистрирует различные типы волн. Характер дисперсии различных волн отображается с помощью Фурье-преобразования. Из дисперсионного изображения получается дисперсионная кривая фундаментальной моды волн Рэлея, которая затем инвертируется для построения профиля V_s .

Метод использования фоновой информации о ПАВ первоначально был разработан в Японии и назывался методом исследования микротремора [111]. Позже были представлены методы линейного рефракционного микротремора [112], которые были разработаны как пассивный метод MASW [113,114]. В пассивном MASW используется функция пространственной автокорреляции (SPAC) [115] для выделения волн Рэлея из общего волнового поля. Различают два метода пассивного MASW - пассивный дистанционный метод [116], для которого необходимо замкнутое расположение приемников, и пассивный придорожный метод [117], в котором приемники расположены линейно, а в качестве пассивного источника используется дорожный трафик. Эти два метода различаются по технологии сбора данных и соответствующему дисперсионному анализу, но метод получения профиля скорости поперечной волны, т.е. метод инверсии аналогичен. Сравнение методов представлено, например, в [118], в которой, в частности, показано, что использование дистанционного метода эффективно на больших просторных территориях, а придорожный метод используется, как правило, в условиях плотных городских застроек.

Как было отмечено выше, пассивные методы имеют ряд преимуществ перед активными, поэтому этот подход активно исследуется. В частности, предпринимаются попытки объединить активный и пассивный метод для получения наиболее точных результатов [119-123]. Результаты таких исследований указывают на то, что объединение как активного, так и пассивного подхода существенно улучшает получаемые результаты.

Хотя поле поверхностной волны преобладает в дальней зоне и основной вклад вносит основная мода, учет мод более высокого порядка и эффектов ближнего поля также может вносить вклад в итоговые результаты [124-130].

Важным этапом рассматриваемых методов является обработка экспериментальных данных, а также процедура инверсии. Эти алгоритмы постоянно развиваются и совершенствуются [131-137]. Так, в работе [131] использовался для инверсии применялся алгоритм имитации отжига, согласно которому переход к новой итерации осуществляется не детерминистическим, а

вероятностным образом, что позволяет эффективно избегать локальных минимумов целевой функции.

Строго говоря, вопрос инверсии данных о поверхностных волнах является довольно сложным, поскольку представляет собой решение обратной задачи, постановка которой является некорректной. Особенные сложности возникают при отсутствии какой-либо априорной информации. Так, в работе [138] демонстрируется, что выбор параметризации существенно влияет на результаты инверсии и предлагается метод, основанный на введении так называемого коэффициента расслоения, который отражает изменение разрешающей способности поверхностной волны с глубиной. Основная цель такого подхода состоит в том, чтобы находить профили V_s , которые реалистично отражают неопределенность, возникающую в результате инверсии данных.

Отдельное внимание уделяется вопросу разрешающей способности метода MASW, чему посвящены, например, [139, 140]. В частности, было показано, что значения V_s на картах не совпадают с истинными значениями V_s для структур, поперечный размер которых меньше расстояния между приемниками, и что аномальные тела, которые имеют больший размер и высокий контраст скоростей, лучше различаются на картах V_s с меньшим расстоянием между приемниками. Горизонтальное разрешение уменьшается с увеличением глубины и составляет примерно половину самой короткой длины волны Рэлея, которая может проникать на глубину.

Еще одним направлением пассивных методов дисперсионной группы является поверхностно-волновая томография (ПВТ) [141-146]. В рамках этого подхода теоретическая модель сейсмического шума рассматривается как временная совокупность сигналов от случайно расположенных источников, усреднённая по большому промежутку времени. В этом контексте взаимная корреляция шума между двумя станциями отражает состояние среды между приёмными точками в виде функции Грина, которая представляет собой импульсную характеристику среды и содержит информацию о структуре массива, где распространяются волны [147, 148]. Основное отличие от других методов

заключается в рассмотрении волн более низких частот, что позволяет исследовать глубины вплоть до верхней мантии.

1.2.2. Статистические методы

Важным методом статистической группы является метод спектрального отношения горизонтальной компоненты смещений к вертикальной или HVSR (horizontal-to-vertical spectral ratio) [149], в разработку которого значительный вклад внес японский ученый Накамура [150]. Метод HVSR представляет собой метод анализа, который рассчитывает соотношение горизонтальной спектральной амплитуды к вертикальной (эллиптичности), полученное на основе записей шума с помощью трехкомпонентного сейсмометра в конкретном месте. Теоретические основы вопроса представлены, например, в [151] а эмпирические, например, в [152].

Метод довольно прост в реализации: на каждом исследуемом участке выбираются отрезки записей шума для вертикальной и двух ортогональных горизонтальных составляющих. Позже был разработан подход для решения задач сейсмического микрорайонирования, в котором эталонное спектральное отношение горизонтальной компоненты к вертикальной выбирается на основе характеристик известного участка твёрдых пород. Затем все остальные интересующие участки сравниваются с этим эталонным участком, что предоставляет информацию о частотах и коэффициентах усиления, вносимых рыхлыми осадочными породами [153]. Обычно результаты анализа показывают отчётливое увеличение резонансной частоты между твёрдыми и мягкими породами, а значения коэффициентов усиления увеличиваются с повышением мягкости слоя [153]. Хотя записи для разных участков могут использоваться независимо, рекомендуется проводить одновременную регистрацию, поэтому для детального анализа часто используется множество оборудования [154, 155]. Более полный обзор современного состояния вопроса об эллиптичности микросейсм можно найти в [156].

Поскольку фоновое волновое поле состоит как из объемных, так и из поверхностных волн [157], интерпретация данных HVSR достаточно сложна. Исторически различные авторы использовали разные подходы. Так, в работах [158-160] исследование проводилось в терминах SH-волн, в [161-163] рассматривались волны Рэлея. Кроме того, поскольку волны Лява имеют горизонтальную поляризацию, они также могут существенно влиять на интерпретацию результатов, поэтому ряд работ посвящены этому аспекту [164-167]. В настоящее время авторы рассматривают влияние всех типов волн. Это так называемый подход общего волнового поля [168-174].

На сегодняшний день исследователи склоняются к тому, что данные HVSR можно объяснить эллиптичностью ПАВ, резонансом S-волны или какой-либо их комбинацией. Учитывая это, становится очевидным, что точный состав волнового поля шума является сложной функцией многих переменных. Поэтому наиболее подходящее объяснение HVSR должно учитывать все сейсмические фазы.

В [169] демонстрируется, что шум образует поле, содержащее все типы объемных (P и S) и поверхностных волн (Лява и Рэлея), для которых соответствующая интенсивность распределяется в фиксированных пропорциях, т.е. поле можно считать диффузным. Описание HVSR, основанное на предположении о диффузном поле на данный момент является наиболее полным.

Большое количество работ посвящено исследованию влияния различных факторов на данные HVSR [175-185]. Так, в работе [175] исследуется влияние экспериментальных условий на результаты метода. А в работе [180] рассматривается эффект латеральной неоднородности.

Отдельное внимание уделяется процедуре выбора частотного окна для обработки данных HVSR [186]. Предпринимаются попытки применения алгоритмов кластеризации для устранения субъективного фактора в этом процессе [187]. Также для улучшения качества исходных данных предлагается вариант использования вейвлет преобразования [188].

Возможности HVSR метода также были исследованы рядом авторов [189, 190]. Из них можно сделать вывод, что метод HVSR является достаточно точным,

учитывая простоту его реализации, и получаемые им данные согласуются с таковыми, полученными дисперсионным анализом. При этом отмечается существенная роль факторов топографии на получаемые данные [191].

Поскольку не существует общепринятого подхода к интерпретации данных HVSR, вопросу инверсии этого метода уделяется большое внимание [192-203]. Множество различных подходов к инверсии объясняется сложностью исходного волнового поля, которое обсуждалось выше. Однако подход общего волнового поля является наиболее подходящим для стандартизации методов обработки. Однако в ряде случаев, по всей видимости, могут быть использованы и иные варианты интерпретации, если имеется соответствующая априорная информация.

Еще одним активно развивающимся подходом статистической группы является ММЗ, запатентованный в 2006 году. Обзору метода уделено отдельное внимание в [244]. Это амплитудный метод пассивной сейсморазведки, который использует анализ пространственных изменений спектра локального микросейсмического поля [204]. Этот метод основывается на экспериментально подтверждённом предположении о том, что вертикальная составляющая смещений в микросейсмическом шуме в основном определяется вертикальной составляющей смещения фундаментальной моды ПАВ. В этом пассивном методе предполагается, что микросейсмическое поле имеет диффузный характер, т.е. свойства поля являются однородными и изотропными.

Для выполнения полевых работ этим методом необходимо минимум два сейсмоприёмника. Один из них непрерывно записывает сигналы на основной позиции, чтобы исключить временные изменения, а второй представляет собой мобильную станцию, которая регистрирует микросейсмический фон вдоль интересующего профиля или области при проведении площадных исследований. Если имеется больше приёмников, сбор данных можно ускорить, применяя несколько мобильных станций одновременно. Регистрация на каждой точке занимает примерно полтора-два часа, что достаточно для достижения состояния квазистационарности [205].

После сбора информации выполняется усреднение спектров микросейсмических колебаний, зарегистрированных на стационарной и мобильных станциях, затем эти спектры сопоставляются для определения областей с увеличенными и уменьшенными скоростями поперечных волн на глубине около нескольких десятков километров с использованием широкополосных приёмников [206]. При интерпретации полученных результатов следует учитывать, что оценка скорости в обнаруженном объекте может быть искажена по сравнению с типичным рэлеевским полем [207].

На начальном этапе метод микросейсмического зондирования был основан только на феноменологическом подходе, однако автор метода и его коллеги провели теоретические и экспериментальные исследования, которые позволили ответить на многие возникающие вопросы и объяснить ключевые аспекты этого метода, а также обосновать возможность его широкого использования [208, 209].

Численное моделирование, представленное в [210], позволило изучить особенности взаимодействия основных мод Рэля с заглублёнными неоднородностями разных размеров и контрастов скоростей. Это привело к модификации обработки данных и повышению разрешающей способности метода. Результаты прямого моделирования и оценки обратной задачи подтверждают эффективность технологии микросейсмического зондирования для анализа структуры среды, которая ранее основывалась только на экспериментальных наблюдениях.

Важно упомянуть, что поскольку ММЗ является методом статистической группы, он подвержен тем же сложностям, что и HVSR. В частности, важным является вопрос о структуре измеряемого волнового поля, поскольку очевидно, что в него вносят вклад не только поверхностные, но и объёмные волны. Этой теме посвящены, например, работы [211, 212]

В последнее время ММЗ уделяется достаточно большое внимание в силу его простоты. Так в работах [213, 214] исследуется влияние неровностей поверхности на данные метода. А в работе [215] предлагается методика учета влияния множества неоднородностей, лежащих на различных глубинах, а не только на

глубине около половины длины волны, как в оригинальном методе, что улучшает разрешающую способность метода. [216] посвящена изучению ошибки измерений. Также авторами метода принимаются попытки рассмотрения не только вертикальной компоненты смещений, но и горизонтальной [217].

Несмотря на подтверждение результатами численного моделирования и активное непосредственное использование этого метода на реальных объектах [218, 219], теоретическое обоснование метода все еще обсуждается. В упомянутых работах, в частности, при интерпретации результатов полагается постоянство коэффициента Пуассона, что не позволяет определить какой из параметров среды вносит определяющих вклад в изменение амплитуды.

В работе [220] предложен подход к интерпретации данных ММЗ на основе теории поверхностных волн. Было качественно показано, что эффект изменения амплитуды на поверхности связан с перераспределением энергии в профиле волны. А в работе [221] продемонстрированы результаты решения прямой задачи как для ММЗ, так и для HVSR метода для двухслойной системы. Однако полного описания ММЗ, на основе которого можно было бы реализовать инверсию данных, на данный момент нет.

При наличии такой процедуры для ММЗ открывается возможность объединения с другими пассивными методами, такими как MASW и HVSR, что обеспечило бы наиболее полное использование имеющейся информации, что в конечном итоге улучшению получаемых результатов. Примеры использования данных о ПАВ с другими геофизическими результатами можно найти, например, в [222-225]. В работе [226], в частности, производится сравнение микросейсмического зондирования и томографического подхода при изучении недр и было показано, что первый подход достаточно эффективен при выделении субвертикальных включений, а второй - для протяженных горизонтальных неоднородностей. Исходя из этого, можно полагать, что совместное использование данных обоих методов позволит существенно улучшать получаемые результаты.

Однако для возможности комплексирования необходимо наличие строгого теоретического обоснования ММЗ. В [227] производится анализ амплитудных

характеристик ПАВ в двухслойной среде при наличии источника. Учитывая тот факт, что в методе поле в отсутствии структурных неоднородностей полагается диффузным, т.е. однородным и изотропным, то более целесообразным представляется описание в отсутствии источника, что было продемонстрировано в [220]. В этой работе, однако, был рассмотрен лишь частный случай неоднородного включения в однородное полупространство. Кроме того, известно [228], что свойства ПАВ в средах с нормальной и аномальной дисперсией существенно отличаются, поэтому подход, предложенный в [220], нуждается в исследовании на область применимости.

1.3. Заключение к главе 1

Обзор существующих работ по изучению ПАВ в слоистом полупространстве и методов их применения в геофизической практике продемонстрировал, что их специфические свойства могут иметь массу практических приложений. В настоящее время существует ряд методов, основанных на анализе как скоростных, так и амплитудных характеристик.

Следует отметить высокий уровень развития математических аспектов расчета волновых полей, включающее развитие метода матричного пропагатора, а также, применительно к геофизическим приложениям, методов обработки данных и методов инверсии, что позволяет эффективно решать сложные обратные задачи, несмотря на их некорректность, и получать более точные результаты.

Анализ современного состояния исследований по теме диссертации позволяет сделать следующие выводы:

1. В то время как инструменты для анализа и расчета скоростных характеристик ПАВ существуют и активно используются, текущие теоретические основания для расчета амплитудных характеристик не позволяют проводить однозначную количественную интерпретацию основанных на этой характеристике методов.
2. Структура микросейсмического поля для реальных условий довольно сложна, поскольку включает различные эффекты, которые не могут быть учтены

аналитически, например, объемные волны, поэтому построение математической модели требует наложения определённых ограничений для возможности получения решения, откуда возникает необходимость исследования области применимости модели.

3. ММЗ не позволяет определить доминирующий параметр, к которому чувствителен метод. Аналитическое описание позволило бы решить этот вопрос и тем самым усовершенствовать интерпретацию метода, а также обеспечить возможность получения синтетических данных и, как следствие, решения обратной задачи.

Таким образом, построение подхода, позволяющего получать синтетические данные методов пассивной статистической группы, в частности ММЗ, является нерешенной и актуальной задачей, открывающей возможности как для обеспечения количественной интерпретации этих методов, так и их объединения с методами дисперсионной группы.

ГЛАВА 2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Подход, предлагаемый в диссертации, основывается на классической теории механики сплошной среды применительно к задаче распространения ПАВ как в плоскостных, так и горизонтально неоднородных средах. Данная глава посвящена математическим выкладкам для расчета относительной амплитуды ПАВ на поверхности среды при переходе из одной слоистой системы в другую, а также валидации получаемых решений на простых системах.

Для достижения этой цели выполним следующее:

- 1) Рассмотрим распространение ПАВ в плоскостной среде;
- 2) Построим описание распространения ПАВ в горизонтально неоднородной среде;
- 3) Проанализируем получаемые аналитические решения и сравним их с результатами численного моделирования.

2.1. Аналитическая модель

2.1.1. Постановка задачи

Рассматривается двумерный случай (рис. 2.1), свободная граница расположена при $z = 0$, ось z направлена вниз. Слоистое упругое полупространство занимает область $z \geq 0$. Сверху при $-\infty < z < 0$ находится вакуум. Вдоль свободной границы в положительном направлении оси x распространяется плоская поверхностная волна. Рассматриваемую геометрию разделим на три области: R – опорная среда, I – исследуемая среда, T – область перехода. Волна из области R переходит в область I посредством области T, в которой происходит плавное изменение параметров среды. Все параметры в дальнейшем будут задаваться в виде $X^{(i,j)}$; первый верхний индекс обозначает принадлежность к i -й зоне, а второй – к j -му слою.

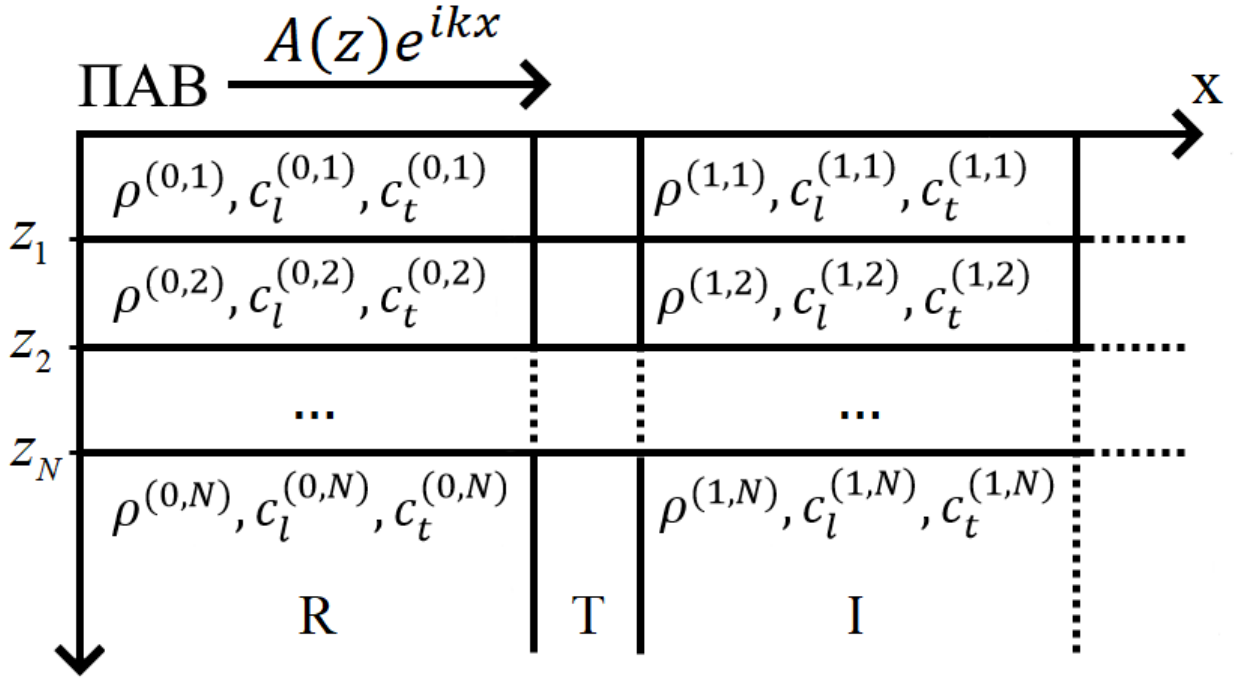


Рис. 2.1. Геометрия задачи

Задачу распространения ПАВ в неоднородной среде будем рассматривать исходя из классической теории механики сплошной среды [229]. Уравнение движения в общем случае записывается следующим образом:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} - \mu \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{u} + \nabla \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} + \nabla \mu \times \operatorname{rot} \mathbf{u} + 2(\nabla \mu, \nabla) \mathbf{u}, \quad (2.1)$$

где $\mathbf{u}$ - вектор смещений, $\rho = \rho(x)$ - плотность, $\lambda = \lambda(x)$, $\mu = \mu(x)$ - параметры Ламе.

Плавность параметров определяется малостью градиента упругих параметров по горизонтали в каждом слое: $\frac{\partial c_t}{\partial x} \rightarrow 0$; $\frac{\partial c_l}{\partial x} \rightarrow 0$; $\frac{\partial \rho}{\partial x} \rightarrow 0$. В представленном аналитическом подходе эти градиенты стремятся к 0, поскольку считается, что области перехода T имеют бесконечную ширину.

Поскольку геометрия среды представляется фактически в виде двух типов независимых систем – плоскостной однородной по горизонтали и зоны перехода, неоднородной по горизонтали, представляется возможным расчет акустического поля в одной из них без учета влияния второй. Иными словами, необходимо решить указанные задачи для каждой зоны, а затем связать получаемые решения между собой.

2.1.2. Выражения для акустического поля в плоскослоистой среде

Начнем рассмотрение с зон R и I, т.е. с плоскослоистой и однородной по горизонтали среды, следуя стандартной методике расчета волновых полей в такой постановке [25].

Поле в каждом из однородных слоев описывается уравнением Ламэ, записанными для смещений в отсутствии источника при нулевом градиенте параметров по горизонтали [25]:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \mu \Delta \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u}, \quad (2.2)$$

Смещение $\mathbf{u}$ элемента упругой среды выражается через скалярный φ и векторный $\boldsymbol{\psi}$ потенциалы. При этом для двумерной задачи (в которой смещение вдоль координаты y отсутствует, а потенциалы от y не зависят) $\boldsymbol{\psi} = (0, \psi, 0)$, а смещения по осям x и z имеют вид:

$$\mathbf{u} = \nabla \varphi + \operatorname{rot} \boldsymbol{\psi}, \quad u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (2.3)$$

Подставляя выражения (2.3) в (2.2) и применяя поочерёдно операции дивергенции и ротора, получим волновые уравнения для потенциалов:

$$\rho \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - (\lambda + 2\mu) \Delta \varphi = 0, \quad \rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \mu \Delta \psi = 0$$

При гармонической зависимости от времени, они переходят в уравнения Гельмгольца:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi + k_l^2 \varphi = 0, \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi + k_t^2 \psi = 0, \quad (2.4)$$

В уравнениях (2.4) введены волновые числа $k_l = \omega / c_l$ – для продольных волн и $k_t = \omega / c_t$ – для поперечных. Решения данных уравнений отыскиваются в виде плоских волн:

$$\varphi = G(z) e^{-i(\omega t - kx)}, \quad \psi = F(z) e^{-i(\omega t - kx)},$$

где $k = \omega / c$, c – фазовая скорость ПАВ.

Подставляя эти выражения в уравнения (2.4), получаем для функций $G(z)$ и $F(z)$:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} - q^2 F = 0, \quad q^2 = k^2 - k_l^2, \quad \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} - s^2 G = 0, \quad s^2 = k^2 - k_t^2.$$

И соответствующие решения:

$$F(z) = A^{(-)} e^{-qz} + A^{(+)} e^{qz}, \quad G(z) = B^{(-)} e^{-sz} + B^{(+)} e^{sz},$$

где $A^{(-)}$, $B^{(-)}$, $A^{(+)}$, $B^{(+)}$ соответствуют амплитудам волн, распространяющимся в положительном и отрицательном направлении вдоль вертикальной оси. Отметим, что выражения для функций $G(z)$ и $F(z)$ являются общими решениями. Для записи решений в конкретном слое в дальнейшем будет использоваться соответствующий нижний индекс.

Так как при $z \rightarrow \infty$ поле должно затухать, поскольку физический смысл имеют только решения, уходящие в бесконечность, то выражения для потенциалов в полупространстве (при $z > z_N$) будут выглядеть следующим образом:

$$\varphi = A_N e^{-q_N z} e^{-i(\omega t - kx)}, \quad \psi = B_N e^{-s_N z} e^{-i(\omega t - kx)}, \quad (2.5)$$

Здесь величины $q_N = \sqrt{k^2 - k_{lN}^2}$, $s_N = \sqrt{k^2 - k_{tN}^2}$ определяют характерные масштабы затухания продольной и сдвиговой компонент поля вглубь полупространства. А для слоев решения представляются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \varphi_j &= A_j^{(-)} e^{-q_j z} e^{-i(\omega t - kx)} + A_j^{(+)} e^{q_j z} e^{-i(\omega t - kx)} \\ \psi_j &= B_j^{(-)} e^{-s_j z} e^{-i(\omega t - kx)} + B_j^{(+)} e^{s_j z} e^{-i(\omega t - kx)}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где $q_j = \sqrt{k^2 - k_{lj}^2}$, $s_j = \sqrt{k^2 - k_{tj}^2}$, j – номер слоя.

Для конкретизации решений и определения характеристик ПАВ необходимо записать граничные условия, позволяющие найти скорость волны и связь между амплитудами потенциалов. Поскольку в системе из N слоев существует $4(N-1) + 2$ волновых компонент, то и граничных условий должно быть $4(N-1) + 2$. На свободной границе должно выполняться условие равенства нулю нормальных и касательных напряжений:

$$T_{zz}|_{z=0} = 0, \quad T_{xz}|_{z=0} = 0.$$

На границе j -го и $(j+1)$ -го слоя должно выполняться условие равенства нормальных и касательных смещений и напряжений:

$$u_z^{(j)} \Big|_{z=z_j} = u_z^{(j+1)} \Big|_{z=z_j}, \quad u_z^{(j)} \Big|_{z=z_j} = u_x^{(j+1)} \Big|_{z=z_j}, \quad T_{zz}^{(j)} \Big|_{z=z_j} = T_{zz}^{(j+1)} \Big|_{z=z_j}, \quad T_{xz}^{(j)} \Big|_{z=z_j} = T_{xz}^{(j+1)} \Big|_{z=z_j},$$

$$\text{где } T_{zz} = \lambda \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial z} \right), \quad T_{xz} = \mu \left(2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right).$$

Подставляя решения в виде (2.5), (2.6) в граничные условия, получаем систему линейных уравнений относительно неизвестных амплитуд потенциалов, которую можно записать с использованием характеристической матрицы размерности $4(N-1)+2$. Равенство нулю определителя этой матрицы представляет собой дисперсионное уравнение, корнем которого является скорость ПАВ.

Условием существования нетривиального решения однородной системы линейных алгебраических уравнений является равенство нулю ее определителя. Так как при подстановке скорости ПАВ в матрицу, ее определитель обратится в ноль, то уравнения станут линейно зависимы и, следовательно, одно из них можно опустить. Затем, перенося один из столбцов в правую часть, получаем систему из $4(N-1)+1$ уравнений с отличной от нуля правой частью. Для поиска решения данной системы удобно применить метод Крамера [230]. Найденные значения являются амплитудными коэффициентами, связывающие амплитуды потенциалов с той, которая соответствует перенесенному в правую часть столбцу. Иными словами, эта связь позволяет записать выражения для потенциалов и, следовательно, для смещений через единственную нормировочную амплитуду.

Продemonстрируем нахождение амплитудных коэффициентов на примере двухслойной среды (т.е. слоя, лежащего на полупространстве). В этом случае характеристическая матрица и соответствующее дисперсионное уравнение выглядят следующим образом [25]:

$d =$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & k^2\lambda_1 - \alpha_1 q_1^2 & -k^2\lambda_1 + \alpha_1 q_1^2 & -2ik\mu_1 s_1 & 2ik\mu_1 s_1 \\ 0 & 0 & -2ik\mu_1 q_1 & 2ik\mu_1 q_1 & -\mu_1(k^2 + s_1^2) & -\mu_1(k^2 + s_1^2) \\ ik & s_2 & -e^{-q_1 h} ik & -e^{q_1 h} ik & -e^{-s_1 h} s_1 & e^{s_1 h} s_1 \\ -q_2 & ik & e^{-q_1 h} q_1 & -e^{q_1 h} q_1 & -e^{-s_1 h} ik & -ie^{s_1 h} k \\ -k^2\lambda_2 + \alpha_2 q^2 & -2ik\mu_2 s_2 & e^{-q_1 h} (k^2\lambda_1 - \alpha_1 q_1^2) & -e^{q_1 h} (-k^2\lambda_1 + \alpha_1 q_1^2) & 2ie^{-s_1 h} k\mu_1 s_1 & -2ie^{s_1 h} k\mu_1 s_1 \\ -2ik\mu_2 q_2 & -\mu_2(k^2 + s_2^2) & 2ie^{-q_1 h} k\mu_1 q_1 & -2ie^{q_1 h} k\mu_1 q_1 & e^{-s_1 h} \mu_1(k^2 + s_1^2) & e^{s_1 h} \mu_1(k^2 + s_1^2) \end{pmatrix}$$

$$\alpha_j = \lambda_j + 2\mu_j$$

$$\det(d) = 0,$$

где параметры с индексом 1 обозначают величины, относящиеся к верхнему слою, а с индексом 2 – к подстилающему полупространству.

В силу равенству нулю определителя, опустим пятую строку как наиболее громоздкую, а затем перенесем, например, последний столбец в правую часть. Тогда систему уравнений можно представить в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & k^2\lambda_1 - \alpha_1 q_1^2 & -k^2\lambda_1 + \alpha_1 q_1^2 & -2ik\mu_1 s_1 \\ 0 & 0 & -2ik\mu_1 q_1 & 2ik\mu_1 q_1 & -\mu_1(k^2 + s_1^2) \\ ik & s_2 & -e^{-q_1 h} ik & -e^{q_1 h} ik & -e^{-s_1 h} s_1 \\ -q_2 & ik & e^{-q_1 h} q_1 & -e^{q_1 h} q_1 & -e^{-s_1 h} ik \\ -2ik\mu_2 q_2 & -\mu_2(k^2 + s_2^2) & 2ie^{-q_1 h} k\mu_1 q_1 & -2ie^{q_1 h} k\mu_1 q_1 & e^{-s_1 h} \mu_1(k^2 + s_1^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \\ A_1^{(-)} \\ A_1^{(+)} \\ B_1^{(-)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2ik\mu_1 s_1 \\ \mu_1(k^2 + s_1^2) \\ -e^{s_1 h} s_1 \\ ie^{s_1 h} k \\ -e^{s_1 h} \mu_1(k^2 + s_1^2) \end{pmatrix} B_1^{(+)}$$

Или

$$MX = GB_1^{(+)}$$

По методу Крамера связь между амплитудами A_2 и $B_1^{(+)}$ выражается следующим образом:

$$A_2 = \frac{\det(M_1)}{\det(M)} B_1^{(+)},$$

где

$$M_1 = \begin{pmatrix} -2ik\mu_1 s_1 & 0 & k^2\lambda_1 - \alpha_1 q_1^2 & -k^2\lambda_1 + \alpha_1 q_1^2 & -2ik\mu_1 s_1 \\ \mu_1(k^2 + s_1^2) & 0 & -2ik\mu_1 q_1 & 2ik\mu_1 q_1 & -\mu_1(k^2 + s_1^2) \\ -e^{s_1 h} s_1 & s_N & -e^{-q_1 h} ik & -e^{q_1 h} ik & -e^{-s_1 h} s_1 \\ ie^{s_1 h} k & ik & e^{-q_1 h} q_1 & -e^{q_1 h} q_1 & -e^{-s_1 h} ik \\ -e^{s_1 h} \mu_1(k^2 + s_1^2) & -\mu_N(k^2 + s_N^2) & 2ie^{-q_1 h} k\mu_1 q_1 & -2ie^{q_1 h} k\mu_1 q_1 & e^{-s_1 h} \mu_1(k^2 + s_1^2) \end{pmatrix}$$

Связь $B_1^{(+)}$ с остальными амплитудами находится аналогичным образом. Итак, амплитуда поверхностной волны оказывается пропорциональна единственной выбранной нормировочной амплитуде (в данном примере $B_1^{(+)}$). Поскольку выбор значения нормировочной амплитуды не имеет принципиального значения с точки зрения математических преобразований, то для удобства обозначим ее как A_{norm} .

Проделанные вычисления являются вспомогательным результатом, однако они необходимы для расчета характеристик волнового поля в слоистой системе.

2.1.3. Приближение плавно неоднородной по горизонтали среды

Построение поля ПАВ в зоне Т при плавном изменении параметров по горизонтали удобно выполнить в ВКБ-приближении [141]. Представим вектор смещений в следующем виде:

$$\mathbf{u}(x, z, t) = \mathbf{V}(\varepsilon x, z) e^{i\omega(t - kx)}, \quad (2.7)$$

где ε – малый параметр.

Для простоты рассмотрим случай однослойного полупространства. Тогда искомое поле удовлетворяет уравнению движения (2.1) и граничным условиям:

$$T_{zz}|_{z=0} = 0, \quad T_{xz}|_{z=0} = 0$$

Теперь представим амплитудный множитель $\mathbf{V}$ в виде ряда по степеням ε :

$$\mathbf{V} = \sum_{r=0}^{\infty} \varepsilon^r \mathbf{V}^{(r)} \quad (2.8)$$

При подставке (2.7) и (2.8) в уравнение движения (2.1) и граничные условия можно убедиться, что в нулевом приближении задача сводится к таковой для горизонтально однородной среды, поэтому необходимо рассмотреть следующий

член разложения ε^1 . В этом случае для амплитуд компонент смещений может быть получена следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left((\lambda + 2\mu) \frac{\partial V_z^{(1)}}{\partial z} - ik\lambda V_x^{(1)} \right) - ik\mu \frac{\partial V_x^{(1)}}{\partial z} + (\rho\omega^2 - \mu k^2) V_z^{(1)} &= L_1(V_x^{(0)}, V_z^{(0)}) \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial V_x^{(1)}}{\partial z} - ik\mu V_z^{(1)} \right) - ik\lambda \frac{\partial V_z^{(1)}}{\partial z} + (\rho\omega^2 - (\lambda + 2\mu)k^2) V_x^{(1)} &= L_2(V_x^{(0)}, V_z^{(0)}) \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial V_z^{(1)}}{\partial z} - ik\lambda V_x^{(1)} &= -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial V_x^{(0)}}{\partial x} \\ \mu \left(\frac{\partial V_x^{(1)}}{\partial z} - ik V_z^{(1)} \right) &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial V_z^{(0)}}{\partial x}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

где операторы $L_1(V_x^{(0)}, V_z^{(0)})$ и $L_2(V_x^{(0)}, V_z^{(0)})$ имеют вид:

$$\begin{aligned} L_1(V_x^{(0)}, V_z^{(0)}) &= -\frac{1}{c} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \frac{\partial V_x^{(0)}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \frac{\partial V_x^{(0)}}{\partial z} \right] \right\} + \frac{i}{c} \left\{ V_z^{(0)} \frac{\partial}{\partial x} (k\mu) + 2\mu k \frac{\partial V_z^{(0)}}{\partial x} \right\} \\ L_2(V_x^{(0)}, V_z^{(0)}) &= -\frac{1}{c} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial V_z^{(0)}}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \frac{\partial V_z^{(0)}}{\partial x} \right] \right\} + \frac{i}{c} \left\{ 2(\lambda + 2\mu)k \frac{\partial V_x^{(0)}}{\partial x} + V_x^{(0)} \frac{\partial}{\partial x} ((\lambda + 2\mu)k) \right\} \end{aligned}$$

В итоге получена неоднородная краевая задача. Для получения условия ее разрешимости, умножим первое из уравнений (2.9) на $V_z^{(0)}$, а второе на $V_x^{(0)*}$ (звездочка – комплексное сопряжение), вычтем первое из второго и проинтегрируем по z с учетом граничных условий. Получаем:

$$\frac{\partial}{\partial x} [kI_1 + I_2] = 0, \quad (2.11)$$

$$\text{где } I_1 = \int_0^\infty \left[(\lambda + 2\mu) (V_x^{(0)})^2 + \mu (V_z^{(0)})^2 \right] dz, \quad I_2 = \int_0^\infty \left[\mu V_z^{(0)} \frac{\partial V_x^{(0)}}{\partial z} - \lambda V_x^{(0)} \frac{\partial V_z^{(0)}}{\partial z} \right] dz.$$

Методами теории возмущений удастся получить интегральные формулы для фазовых c и групповых c_g скоростей ПАВ в вертикальном однородном полупространстве [231]:

$$c = \left\{ \left[I^{(1)} + I^{(2)} + \frac{2}{k} (I^{(3)} + I^{(4)}) + \frac{1}{k^2} (I^{(5)} + I^{(6)}) \right] / I^{(0)} \right\}^{1/2},$$

$$c_g = \left[I^{(1)} + I^{(2)} + \frac{1}{k} (I^{(3)} + I^{(4)}) \right] / (cI^{(0)}),$$

где

$$I^{(1)} = \int_0^\infty c_t^2 \rho V_x^2 dz, \quad I^{(2)} = \int_0^\infty c_l^2 \rho V_z^2 dz, \quad I^{(3)} = \int_0^\infty c_t^2 \rho \left[\frac{dV_z}{dz} V_x + 2 \frac{dV_x}{dz} V_z \right] dz,$$

$$I^{(4)} = - \int_0^\infty c_l^2 \rho \frac{dV_x}{dz} V_z dz, \quad I^{(5)} = \int_0^\infty c_t^2 \rho \left[\frac{dV_z}{dz} \right]^2 dz, \quad I^{(6)} = \int_0^\infty c_l^2 \rho \left[\frac{dV_x}{dz} \right]^2 dz.$$

С их использованием уравнение (2.11) с точность до переобозначений можно переписать в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\omega c_g \int_0^\infty \rho (V_x^2 + V_z^2) dz \right] = 0 \quad (2.12)$$

Величина в квадратных скобках в (2.12) является потоком энергии через полубесконечное сечение и, как нетрудно показать, эта величина в первом приближении остается постоянной [21]:

$$P = \omega^2 c_g(\omega) \int_0^\infty \rho(z) [V_x^2 + V_z^2] dz = \text{const} \quad (2.13)$$

Дополнительно отметим, что (2.13) не является впервые полученными в настоящей работе. Приведенные выкладки приведены для более полного описания используемой математической модели.

Обобщение (2.13) для многослойной системы можно представить следующим образом:

$$P = \omega^2 c_g(\omega) \sum_{j=1}^N \int_0^{h_j} \rho_j [V_{xj}^2 + V_{zj}^2] dz$$

Предложение использования предположения сохранения потока энергии основывается на том, что изменения упругих параметров среды по горизонтали происходит достаточно медленно, чтобы отражением ПАВ было допустимо пренебречь, т.е. характерный масштаб изменения много больше длины волны. Строго говоря, в аналитических расчетах он считается бесконечным, поскольку

поле в каждой среде рассчитывается независимо, но, как будет показано ниже с помощью численного моделирования, при ширине перехода в одну длину волны уже можно считать, что переход достаточно плавный с точностью до единиц процентов. Таким образом, рассчитывая волновое поле для двух слоистых сред и приравнивая поток энергии для каждой из них, представляется возможным выразить амплитуду во второй среде по отношению к первой.

Так как величина потока энергии пропорциональна сумме квадратов компонент смещений, а они в свою очередь пропорциональны единственной выбранной нормировочной амплитуде, то поток энергии пропорционален квадрату этой нормировочной амплитуды: $P \sim A_{norm}^2$.

Для случая однородного полупространства (однослойной среды) выражения для компонент смещений можно выразить в явном виде [25]:

$$\begin{aligned} u_x &= A_{norm} k (e^{-qz} - \frac{2qs}{k^2 + s^2} e^{-sz}) e^{ikx} \\ u_z &= iA_{norm} q (e^{-qz} - \frac{2k^2}{k^2 + s^2} e^{-sz}) e^{ikx} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Тогда для потока энергии (2.13) имеем:

$$P(c_l, c_t, \rho) = \omega^2 c_g \rho \left(\frac{k^2 - q^2}{2q} - \frac{4k^2 q^2 (k^2 - s^2)}{2s(k^2 + s^2)^2} \right) A_{norm}^2 = C(\omega, c_l, c_t, \rho) A_{norm}^2$$

Рассмотрим теперь две среды, представляющие собой полупространства с постоянными значениями упругих параметров. Тогда для первой среды $P_1(\omega, c_l, c_t, \rho) = C_1(\omega, c_l, c_t, \rho) A_{norm_1}^2$, а для второй $P_2(\omega, c_l, c_t, \rho) = C_2(\omega, c_l, c_t, \rho) A_{norm_2}^2$. Будем считать, что эти полупространства связаны областью с малыми градиентами упругих параметров, обеспечивающих плавный переход ПАВ из одной среды в другую без отражений, если $P_1(\omega, c_l, c_t, \rho) = P_2(\omega, c_l, c_t, \rho)$. Отсюда следует, что отношение нормировочной амплитуды ПАВ во второй среде к амплитуде в первой среде выражается следующим образом:

$$\frac{A_{norm_2}}{A_{norm_1}} = \sqrt{\frac{C_1(\omega, c_l, c_t, \rho)}{C_2(\omega, c_l, c_t, \rho)}} \quad (2.15)$$

Из этого выражения следует, что, зная частоту и параметры двух сред, можно определить отношение нормировочных амплитуд A_{norm_2}/A_{norm_1} . Поскольку амплитуда компонент смещений в конкретной среде пропорциональна соответствующей нормировочной амплитуде (2.14), то относительное изменение будет пропорционально A_{norm_2}/A_{norm_1} . Подставляя (2.15) и параметры сред в (2.14) можно получить искомые изменения амплитуды компонент смещений. Изменение амплитуды горизонтальной компоненты ПАВ в исследуемой среде по отношению к опорной обозначим как U , а вертикальной – W .

При рассмотрении плоской по горизонтали поверхностной волны можно получить только соотношения между амплитудами, но не абсолютные значения, которые возможно отыскать только при добавлении источника возмущения, например, точечного [232]. Однако в этом случае необходимо учитывать, во-первых, влияние объемных волн и, во-вторых, тот факт, что на поверхностную волну идет не вся энергия источника, а только ее часть, причем в зависимости от параметров системы, эта доля может меняться [26]. Это усложняет анализ амплитудных закономерностей поверхностной волны. Поэтому, на наш взгляд, представляется более целесообразным развивать описание в отсутствии источника, поскольку во многих практических случаях интерес представляет именно относительное изменение, а не абсолютное значение.

2.2. Численная модель

Для проверки возможности подобной аналитической оценки амплитуды ПАВ использовалось численное моделирование методом конечных элементов в программном комплексе COMSOL Multiphysics 5.3 с подключенным модулем Solid Mechanics (лицензия №9600341). Главные отличия численного моделирования от аналитического рассмотрения заключаются в необходимости использовать источник сигнала и рассматривать модель ограниченного размера, который,

однако, может быть довольно велик по сравнению с длиной используемой волны, поскольку расчет в двумерной постановке в пространстве частот не слишком требователен к вычислительным ресурсам и может быть выполнен на современных персональных компьютерах за минуты или часы.

Основные использовавшиеся принципы построения численной модели представлены в [214]. Геометрия модели рассматриваемой среды представляет собой вытянутый вдоль оси x прямоугольник, разбитый на горизонтальные слои, которые могут отличаться между собой упругими параметрами, а также состоящий из нескольких вертикальных зон, часть из которых представляют собой плоскостойкие участки среды, рассмотренные в предыдущем разделе, а другие – технические зоны, обеспечивающие плавный переход упругих параметров от различных плоскостойких участков, а также стартовую и финишную зоны, необходимые для обеспечения генерации и поглощения ПАВ (рис. 2.2).

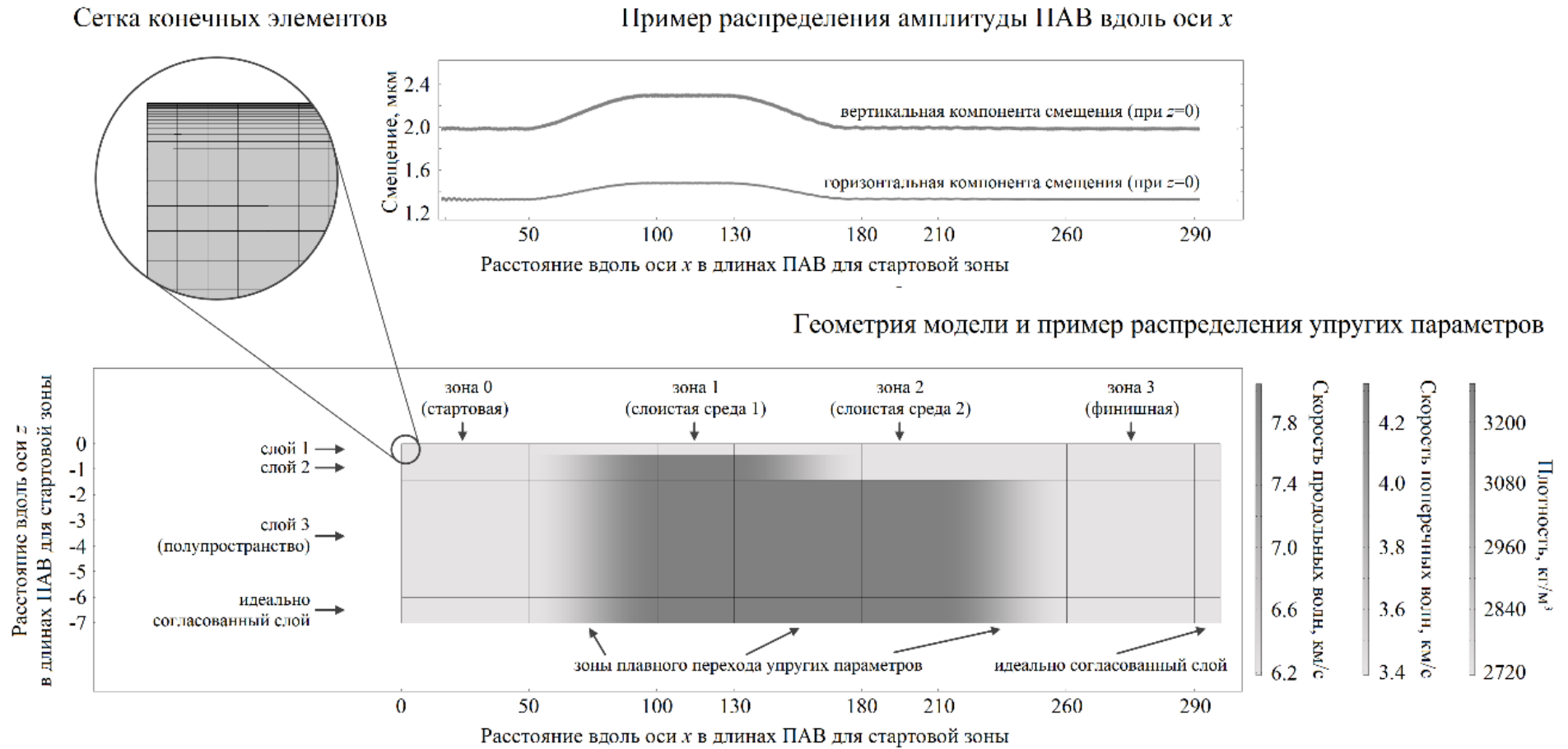


Рис. 2.2. Пример модели среды, сетки конечных элементов, использовавшиеся при численном моделировании, и результатов расчета распределения амплитуды ПАВ вдоль свободной границы среды

Параметры среды (плотность и скорости продольной и поперечной волн) в стартовой и финишной зонах не меняются с глубиной несмотря на то, что присутствует формальное разделение на слои (подобное деление удобно для автоматического построения сетки конечных элементов). В этом случае в качестве источника ПАВ мы можем использовать существующее [25] аналитическое решение для волны Рэлея с известной длиной, которая используется в качестве характерного линейного размера модели (рис. 2.2).

Параметры в зонах 1 и 2, соответствующих плоскостойким средам, для которых выполнен аналитический расчет, меняются только по вертикали скачкообразно. В численной модели среды (рис. 2.2) используется три слоя для моделирования двухслойных сред, что связано с задачей по исследованию влияния разницы в мощности слоев разных слоистых сред, поскольку это удобно реализовать путем введения дополнительного промежуточного слоя, параметры которого будут аналогичными выше- или нижележащему слою в зависимости от выбранного строения среды (на рис. 2.2 представлен вариант, когда мощность низкоскоростного верхнего слоя, лежащего на высокоскоростном полупространстве, увеличивается при переходе из зоны 1 в зону 2).

Для трансформации ПАВ без отражений между зонами (сначала переход волны Рэлея из однородного полупространства в зоне 0 в слоистую среду в зоне 1, затем – в другую слоистую среду в зоне 2, а после – в финишную однородную зону) используются протяженные зоны с плавным изменением упругих параметров от значений в левой зоне к значению в правой (для каждого слоя отдельно).

Протяженность каждой из зон 0-3 составляет 30 длин ПАВ для стартовой зоны и достаточна для имитации бесконечной по x среды. Зоны плавного перехода упругих параметров шире (50 длин ПАВ для стартовой зоны), что обеспечивает трансформацию ПАВ без видимых отражений. Глубина моделируемой среды ограничена семью длинами ПАВ для стартовой зоны. Отметим, что эти параметры (как и сетка конечных элементов) избыточны и позволяют получить решения с ошибкой не более 0.1%. Эта оценка была получена стандартной проверкой

сходимости численного решения путем серии последовательных расчетов при сгущении сетки конечных элементов и увеличении линейных размеров зон моделируемой среды. Валидация путем сравнения результата расчета характеристик волны Рэлея для случая однородной среды с известным аналитическим решением доказала корректность составленной численной модели, поскольку полученные решения совпали с точностью до четвертого знака после запятой.

Физические процессы в численном моделировании также как и в теоретическом рассмотрении описываются уравнениями (2.1) механики идеальной линейной упругой среды. При этом граничное условие при $z=0$ соответствует свободной поверхности, на нижнюю и правую границу наложены слабоотражающие условия, а на левой границе при $x=0$ расположен источник, задаваемый смещениями (2.14).

Для большего ослабления эффектов от ограниченного размера численной модели вдоль правой и нижней границ расположены идеально согласованные слои (Perfectly Matched Layers - PMLs), поглощающие большую часть падающих на них упругих волн.

Разбиение на конечные элементы (рис. 2.2) выполнено с помощью структурированной сетки (все элементы представляют собой прямоугольники) с линейным размером элементов, не превышающим 0.1 длины ПАВ для стартовой зоны. Отметим, что упругие параметры стартовой зоны выбираются таким образом, чтобы скорость ПАВ, а соответственно, и ее длина были наименьшими из возможных в рассматриваемой системе, благодаря этому длины всех распространяющихся в данной системе упругих волн превосходят размер конечных элементов не менее, чем в 10 раз. Вблизи свободной границы модели для еще большего повышения точности решения происходит сгущение сетки конечных элементов с уменьшением вертикального размера конечного элемента до 5% от первоначального размера в геометрической прогрессии с коэффициентом 1.2.

Решение численной модели происходит в режиме варьирования параметров (автоматический последовательный расчет нескольких численных реализаций, отличающихся значениями одного или нескольких входных параметров модели) с помощью прямого решателя MUMPS (MUltifrontal Massively Parallel Solver) [233], реализующего LU-факторизацию.

Выходными данными численного моделирования служат сводные таблицы усредненных по свободным поверхностям зон 1 и 2 значения вертикальных и горизонтальных смещений. Отметим, что в дальнейшем длина зоны I обозначается как L_{av} , а зоны T – L_{tr} . Подобное усреднение стоит использовать вместо точечной регистрации, поскольку из-за невозможности полного устранения отражений поверхностной и объемных волн от границ модели в среде (в том числе и на ее поверхности) возникает интерференция распространяющейся ПАВ и слабых отраженных волн, приводящая к слабым пространственным флуктуациям измеряемых величин.

Заметим, что в силу того, что в численном моделировании необходимо добавление дополнительной стартовой зоны и, при рассмотрении нескольких исследуемых зон, необходим расчет поля в опорной зоне для каждой новой итерации, время использования аналитического подхода оказывается на 1-2 порядка быстрее численного.

2.3. Валидация аналитической модели

Далее необходимо применить предложенное аналитическое описание к конкретным средам и убедиться в достоверности получаемых результатов, которое в данном случае производится путем сравнения с численным моделированием. Иными словами, произвести валидацию модели.

2.3.1. Постановка без дисперсии

Начнем с наиболее простого случая – перехода из однослойной системы в однослойную, т.е. трансформации волны Рэлея. При этом будем рассматривать зависимости изменения амплитуды ПАВ на поверхности (поскольку именно эта

величина как правило измеряется в эксперименте) от коэффициента изменения $K_X^{(i,j)}$, т.е. величины, отражающей во сколько раз значение того или иного параметра исследуемой среды отличается от опорной: $K_p^{(1,1)}$ - коэффициент изменения плотности, $K_{c_l}^{(1,1)}$ - коэффициент изменения скорости продольных волн, $K_{c_t}^{(1,1)}$ - коэффициент изменения скорости поперечных волн. При варьировании какого-либо коэффициента K , остальные коэффициенты принимаются равными 1, например, при изменении $K_p^{(1,1)}$ считаем, что и $K_{c_l}^{(1,1)} = 1$. Параметры рассматриваемых сред представлены в табл. 2.1.

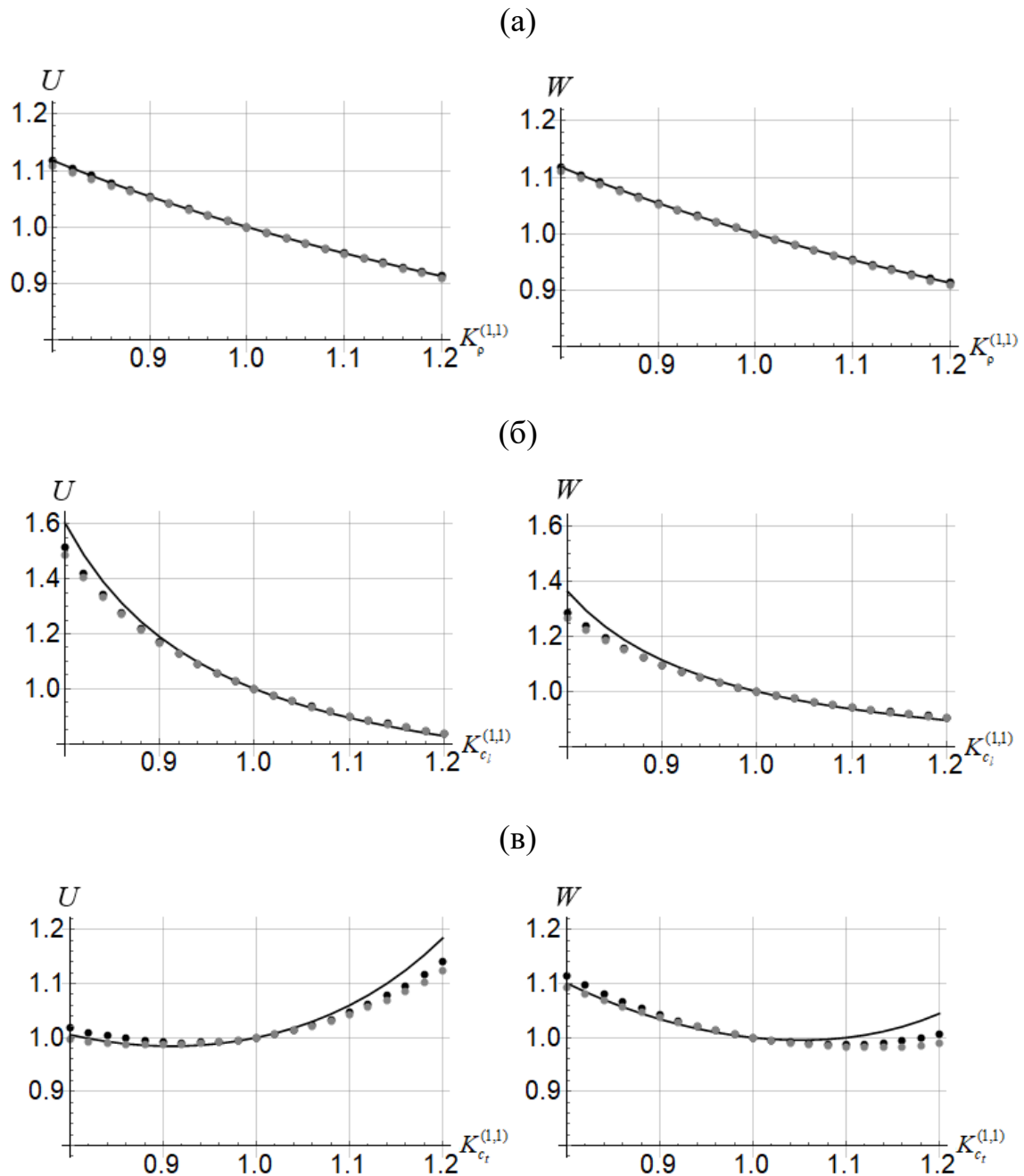
Таблица 2.1. Параметры опорной и исследуемой среды

Модель	Скорость продольных волн, c_l , м/с	Скорость поперечных волн, c_t , м/с	Плотность, ρ , кг/м ³	Мощность слоя, H_l , км
R	5262	3038	2600	∞
I	$5262K_{c_l}^{(1,1)}$	$3038K_{c_t}^{(1,1)}$	$2600K_p^{(1,1)}$	∞

На рис. 2.3 представлены зависимости изменения амплитуды горизонтальной и вертикальной компоненты смещений на поверхности от коэффициента изменения различных упругих параметров, полученные аналитически и с помощью численного моделирования. При увеличении коэффициента изменения плотности и скорости продольных волн амплитуда ПАВ уменьшается. В случае изменения скорости поперечных волн, наблюдается локальный минимум. Это, вероятно, связано с тем, что с увеличением скорости поперечных волн, увеличивается роль векторного потенциала и, как следствие, увеличение амплитуды на поверхности. Кроме того, отметим, что для однослойной модели наиболее сильное изменение амплитуды связано с изменением скорости продольных волн. В целом разница теории и численного моделирования составляет менее 1.5%, однако в области низких c_l и высоких c_t начинается расхождение, связанное с уменьшением коэффициента Пуассона, что демонстрирует рис. 2.4. Однако поскольку для большинства сплавов, металлов, горных пород значение коэффициента Пуассона

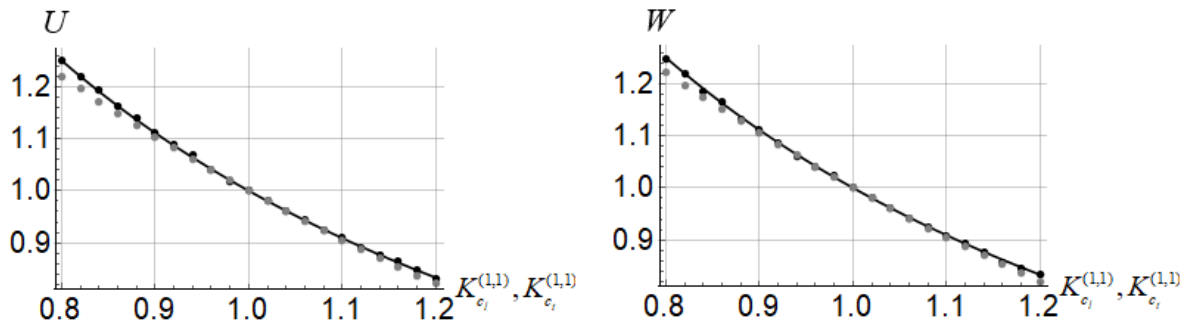
лежит в пределах 0.25-0.35 [234], то области вне этих пределов выходят за рамки данного исследования.

При совместном изменении скоростей или всех трех упругих параметров разница теоретических и численных расчетов становится менее 0.5%. Кроме того, отметим, что при переходе в более «мягкую» среду наблюдается увеличение амплитуды, а при переходе в более «твердую» - уменьшение, что согласуется с основами ММЗ [88].

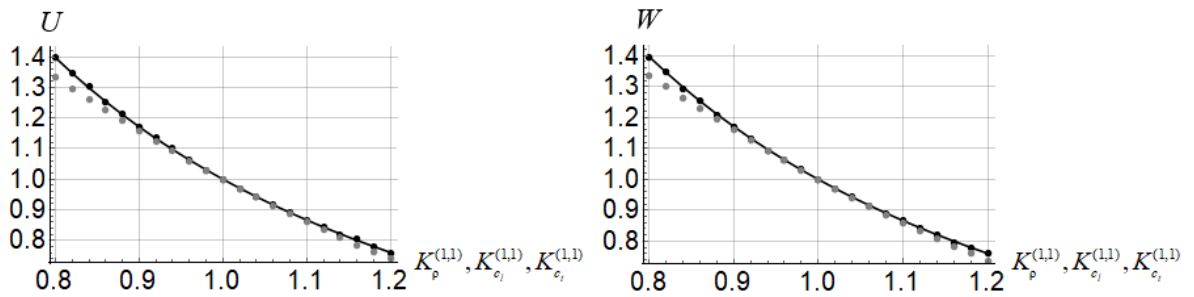


(рис. 2.3. часть 1)

(Г)



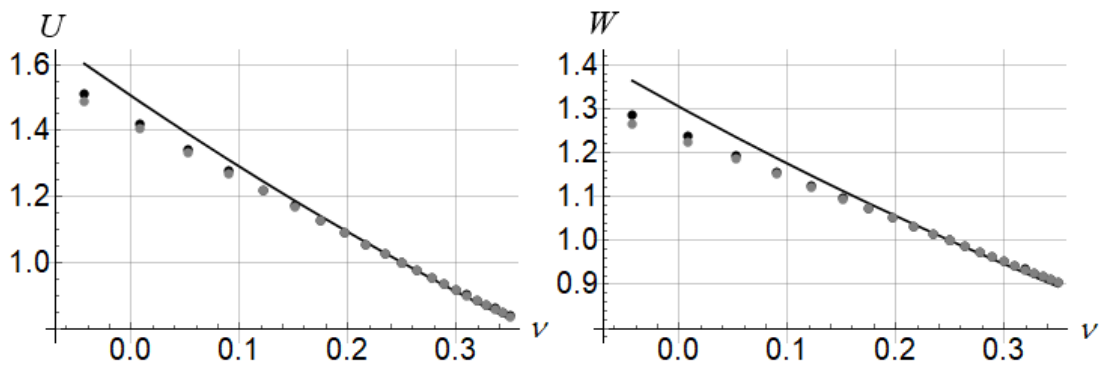
(Д)



(рис. 2.3. часть 2)

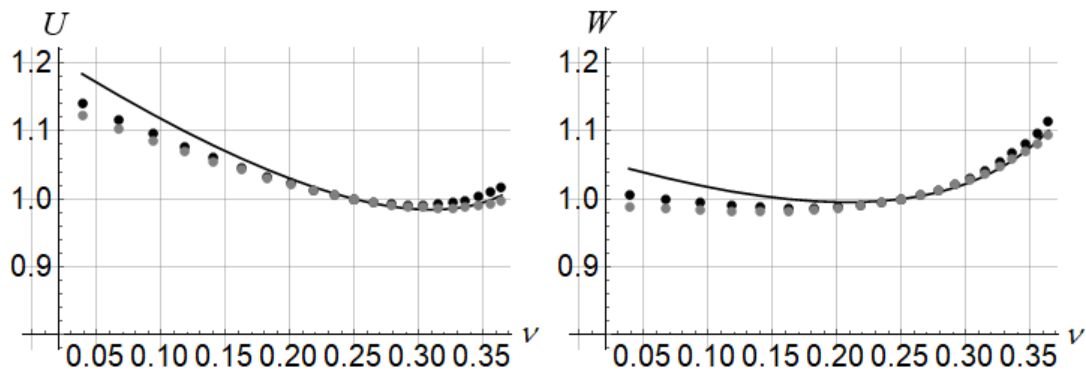
Рис. 2.3. Зависимость относительного изменения амплитуды горизонтальной и вертикальной компонент смещений на поверхности среды от коэффициента изменения плотности (а), скорости продольных волн (б), скорости поперечных волн (в), совместного изменения скорости продольных и поперечных волн (г), совместного изменения всех трех физических параметров (д); сплошная линия – полученные аналитически значения, черные точки – численное моделирование (зона перехода – 50λ), серые точки - численное моделирование (зона перехода – λ)

(а)



(рис. 2.4. часть 1)

(б)



(рис. 2.4. часть 2)

Рис. 2.4. Зависимость относительного изменения амплитуды горизонтальной и вертикальной компонент смещений на поверхности среды от изменения коэффициента Пуассона, связанного с изменением скорости только продольных волн (а) и только поперечных волн (б); сплошная линия – полученные аналитически значения, черные точки – численное моделирование (зона перехода – 50λ), серые точки - численное моделирование (зона перехода – λ)

2.3.2. Постановка с дисперсией

Перейдем к более сложной модели – переход из однослойной среды в двухслойную. Выберем в качестве исходной двухслойной модели скоростную модель PREM [235] с усреднёнными по 24.5 км значениями, а для однослойной модели выберем параметры верхнего слоя:

Таблица 2.2. Параметры опорной и исследуемой среды

Модель	Номер слоя	Скорость продольных волн, c_l , м/с	Скорость поперечных волн, c_t , м/с	Плотность, ρ , кг/м ³	Мощность слоя, H_l , км
R	1	6181	3467	2714	∞
I	1	$6181K_c^{(1,1)}$	$3467K_c^{(1,1)}$	2714	HK_H
	2	$8047K_c^{(1,2)}$	$4530K_c^{(1,2)}$	3333	∞

Введем следующие обозначения: $K_{c_l}^{(1,1)} = K_{c_t}^{(1,1)} \equiv K_c^{(1,1)}$ - коэффициент совместного изменения скорости продольных и поперечных волн в верхнем слое относительно исходной модели $K_{c_l}^{(1,1)} = K_{c_t}^{(1,1)} \equiv K_c^{(1,2)}$ - коэффициент совместного

изменения скорости продольных и поперечных волн в нижнем слое относительно исходной модели, K_H - коэффициент изменения толщины слоя относительно исходной модели, $H = 24.5\text{ км}$.

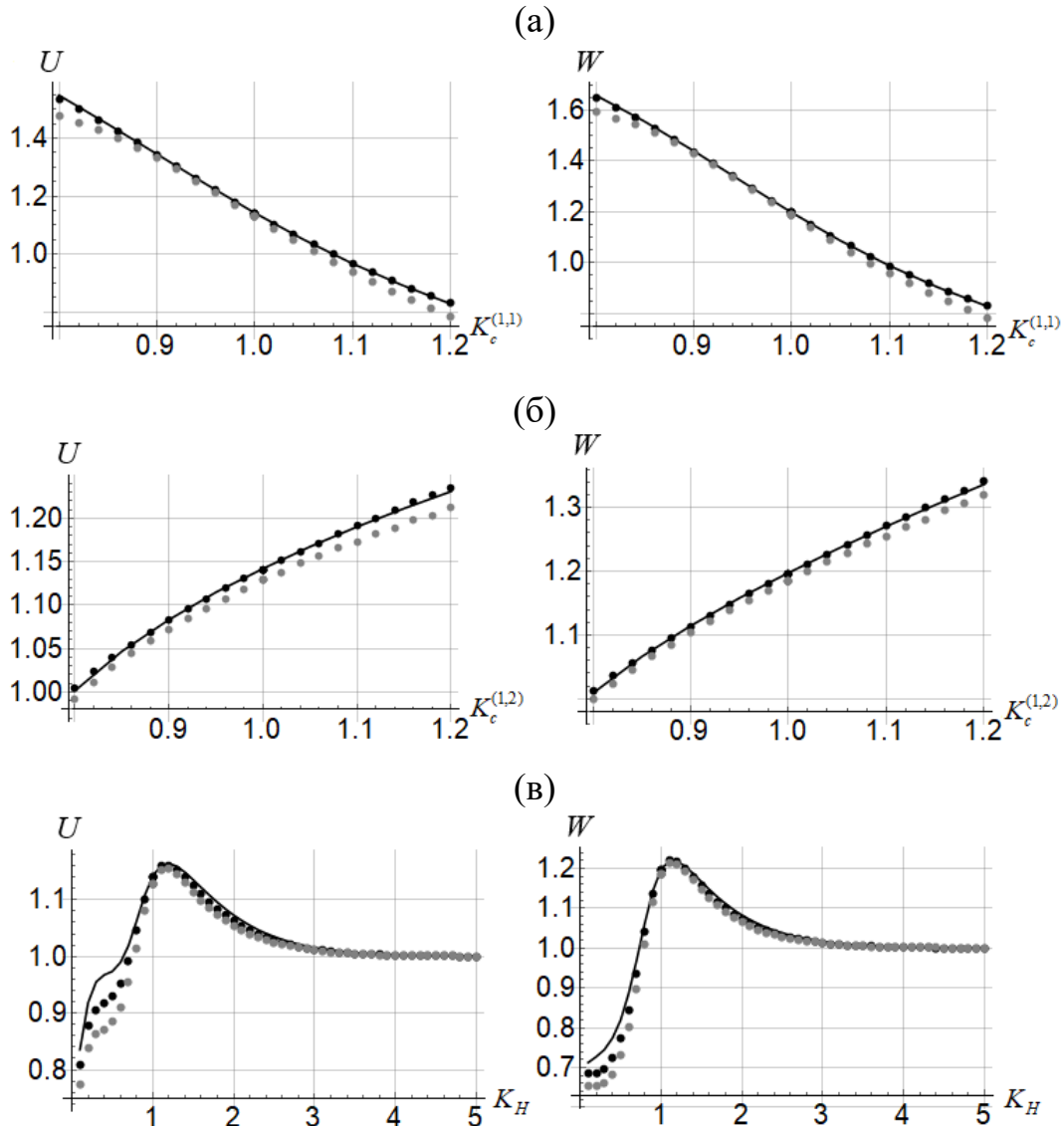


Рис. 2.5. Зависимость относительного изменения амплитуды горизонтальной и вертикальной компонент смещений на поверхности среды от коэффициента совместного изменения скорости продольных и поперечных волн в верхнем (а) и нижнем (б) слое, коэффициента изменения мощности слоя (в); $\lambda/H=2.5$; сплошная линия – полученные аналитически значения, черные точки – численное моделирование (зона перехода – 50λ), серые точки - численное моделирование (зона перехода – λ)

На рис. 2.5 представлены зависимости изменения амплитуды при совместном изменении скорости продольных и поперечных волн в первом и втором слое, а также при изменении толщины слоя. При увеличении скоростей в верхнем слое амплитуда уменьшается, а при изменении скорости в нижнем слое увеличивается. В зависимости от мощности слоя наблюдается максимум. Отметим, что в предельных случаях большой и малой мощности двухслойная система эквивалентна однослойной, поэтому зависимости асимптотически стремятся к постоянной величине. В данном случае при увеличении K_H эта величина равна 1, поскольку свойства опорной среды такие же, как и у верхнего слоя исследуемой среды. Кроме того, в области малых толщин, наблюдается более заметное расхождение теории с численным моделированием.

Отметим, что из рис. 2.2 и рис. 2.5 следует, что при замене плавного перехода, который соответствует области перехода, равной 50 длинам волн, на резкий переход (что более характерно для реальных ситуаций), который соответствует области перехода, равной 1 длине волны, наблюдается большее расхождение с теорией, связанное с тем, что в этом случае часть энергии отражается от границы и условие сохранения потока энергии не выполняется [211, 212]. Однако оценки показывают, что для рассматриваемых случаев это расхождение оказывается около 5%, поэтому можно считать, что при небольших контрастах результаты расчетов для плавного перехода можно применять и для резкого. Этот вопрос будет отдельно рассмотрен в следующей главе.

Поскольку в настоящее время активно используются методы сейсморазведки, основанные на анализе различных характеристик ПАВ, возникает вопрос, касающийся связи этих характеристик, который имеет значение в задаче комплексирования и совместной обработки данных, полученных разными методами. Поэтому далее перейдем к сравнению зависимостей относительной амплитуды, скорости и эллиптичности ПАВ от длины волны.

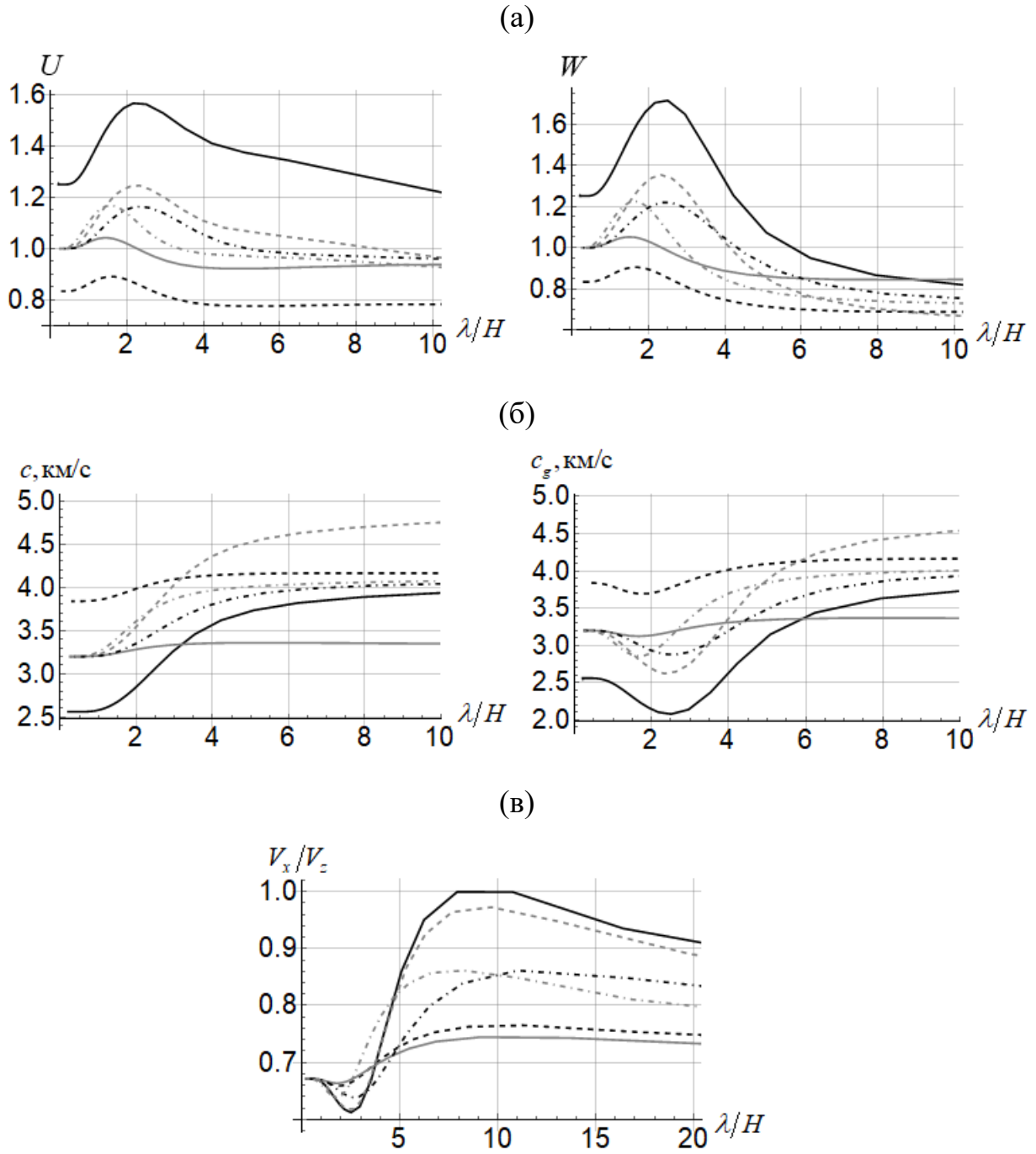
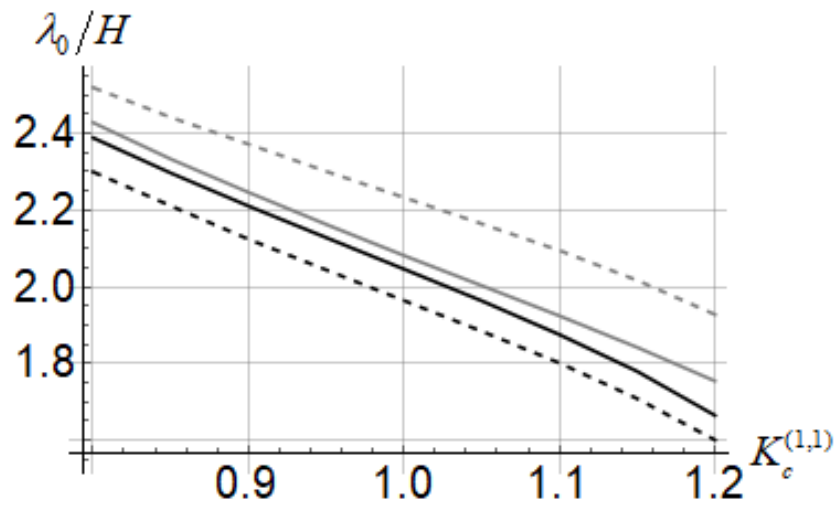


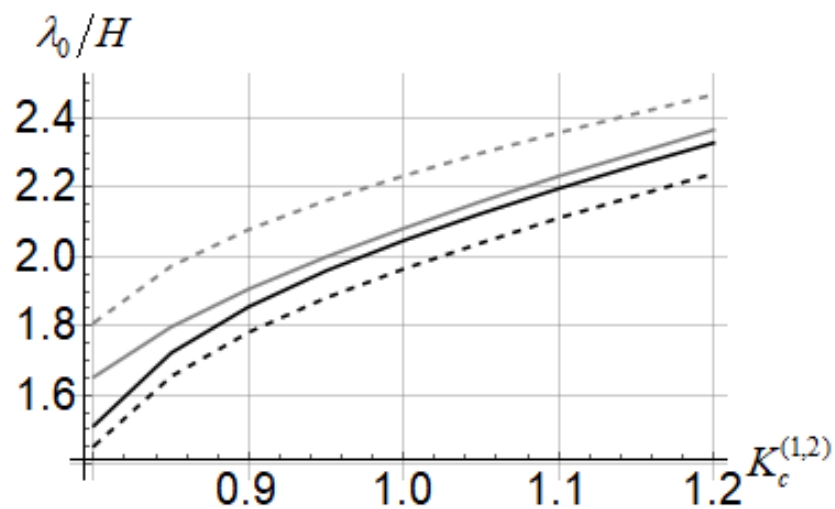
Рис. 2.6. Зависимость относительного изменения амплитуды горизонтальной и вертикальной компонент смещений на поверхности среды (а), фазовой и групповой скорости (б) и эллиптичности на поверхности (в) от длины волны; сплошная черная – $K_c^{(1,1)} = 0.8, K_c^{(1,2)} = 1, K_H = 1$, сплошная серая – $K_c^{(1,1)} = 1, K_c^{(1,2)} = 1, K_H = 1$, штриховая черная – $K_c^{(1,1)} = 1.2, K_c^{(1,2)} = 1, K_H = 1$, штриховая серая – $K_c^{(1,1)} = 1, K_c^{(1,2)} = 1.2, K_H = 1$, штрихпунктирная черная – $K_c^{(1,1)} = 1, K_c^{(1,2)} = 1, K_H = 1.2$, штрихпунктирная серая – $K_c^{(1,1)} = 1, K_c^{(1,2)} = 1, K_H = 0.8$

Рис. 2.6 демонстрирует, что при определенных длинах волн наблюдается максимум изменения амплитуды, минимумы групповой скорости и эллиптичности. При этом их положения зависят как от толщины слоя, так и от упругих свойств среды. Для рассматриваемых случаев они расположены в пределах от $1.5H$ до $2.5H$. Это согласуется с ММЗ, согласно которому наибольшая чувствительность соответствует глубинам неоднородности, равным примерно $0.3-0.5$ длины волны [210].

(a)

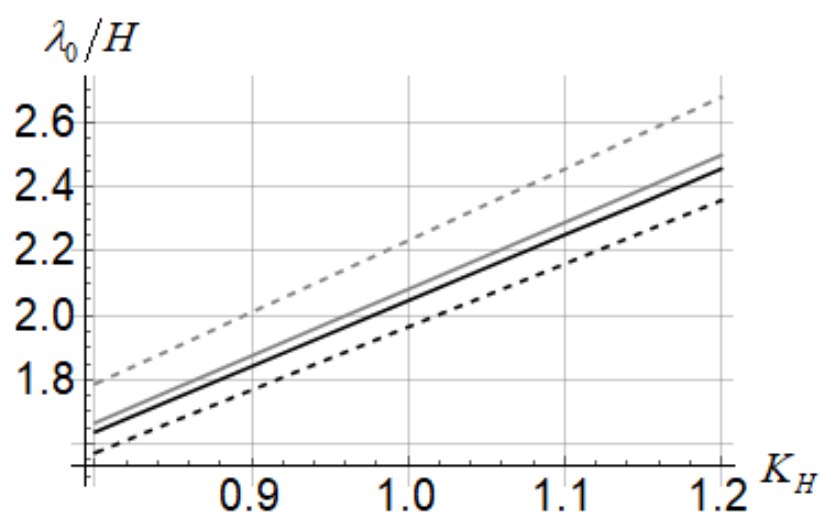


(б)



(рис. 2.7. часть 1)

(в)



(рис. 2.7. часть 2)

Рис. 2.7. Зависимость доминантной длины волны от относительной амплитуды вертикальной компоненты смещений на поверхности (черная линия), относительной амплитуды горизонтальной компоненты смещений на поверхности (штриховая черная линия), групповой скорости (серая линия) и эллиптичности (штриховая серая линия) от коэффициента совместного изменения скорости продольных и поперечных волн в верхнем слое (а), совместного изменения скорости продольных и поперечных волн в нижнем слое (б) и коэффициента изменения мощности (в)

На рис. 2.7 представлены зависимости доминантной длины волны, т.е. длины волны, при которой наблюдается экстремум (см. рис. 2.6), от различных коэффициентов изменения параметров среды. При увеличении скорости продольных и поперечных волн в нижнем слое, а также мощности, наблюдается увеличение доминантной длины волны. В случае же увеличения скорости продольных и поперечных волн в верхнем слое наблюдается уменьшение. Отсюда следует, что доминантная длина волны тем больше, чем выше контраст между слоями и чем больше толщина слоя. В работе [210] были произведены расчеты коэффициента глубинной привязки ММЗ, т.е. величины, аналогичной доминантной длине волны, от скоростного контраста неоднородности и было

получено, что эта величина увеличивается с увеличением контраста, что согласуется с рис. 2.7.

Перейдем к рассмотрению перехода ПАВ из двухслойной среды в двухслойную. Зафиксируем параметры опорной среды (табл. 2.3) и, как и в прошлом случае, будем варьировать параметры исследуемой среды: верхнего и нижнего слоя, а также мощность верхнего слоя. Очевидно, что зависимости от изменения упругих параметров будут аналогичны рис. 2.4, поскольку исследуемая среда не изменилась, поэтому ограничимся только зависимостями от длины волны.

Таблица 2.3. Параметры опорной и исследуемой среды

Модель	Номер слоя	Скорость продольных волн, c_l , м/с	Скорость поперечных волн, c_t , м/с	Плотность, ρ , кг/м ³	Мощность слоя, H_1 , км
R	1	6181	3467	2714	24.5
	2	8047	4530	3333	∞
I	1	$6181K_c^{(1,1)}$	$3467K_c^{(1,1)}$	2714	HK_H
	2	$8047K_c^{(1,2)}$	$4530K_c^{(1,2)}$	3333	∞

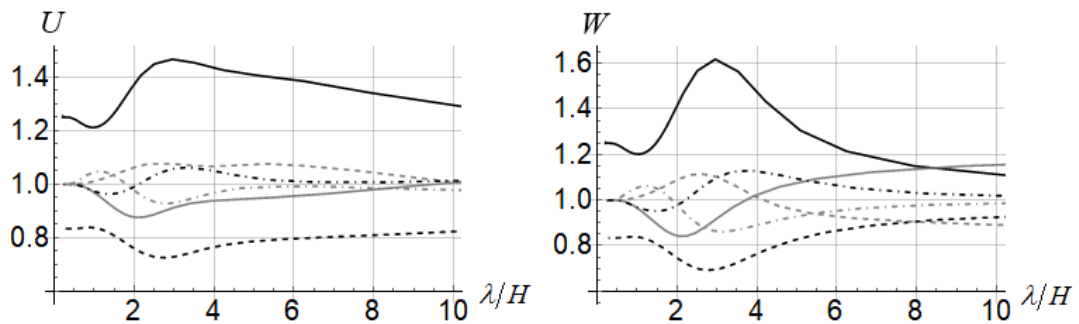


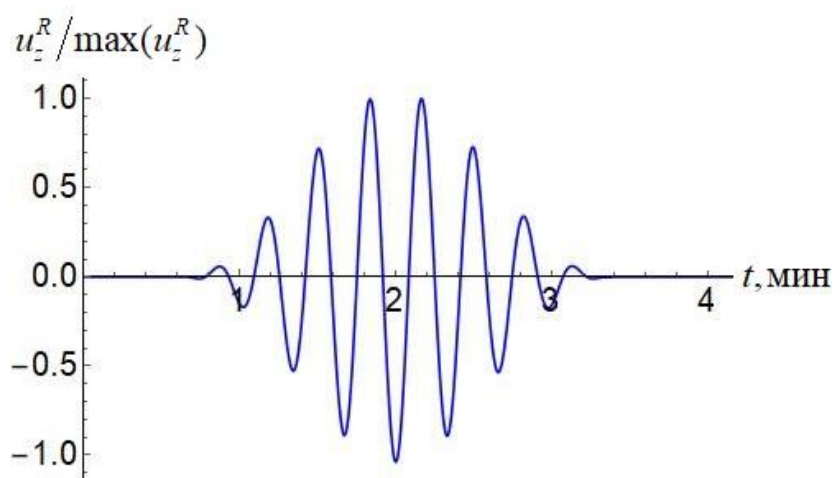
Рис. 2.8. Зависимость относительного изменения амплитуды горизонтальной и вертикальной компонент смещений на поверхности от длины волны; сплошная черная – $K_c^{(1,1)} = 0.8, K_c^{(1,2)} = 1, K_H = 1$, сплошная серая – $K_c^{(1,1)} = 1, K_c^{(1,2)} = 0.8, K_H = 1$, штриховая черная – $K_c^{(1,1)} = 1.2, K_c^{(1,2)} = 1, K_H = 1$, штриховая серая – $K_c^{(1,1)} = 1, K_c^{(1,2)} = 1.2, K_H = 1$, штрихпунктирная черная – $K_c^{(1,1)} = 1, K_c^{(1,2)} = 1, K_H = 1.2$, штрихпунктирная серая – $K_c^{(1,1)} = 1, K_c^{(1,2)} = 1, K_H = 0.8$

Рис. 2.8 демонстрирует, что при определенных длинах волн наблюдается максимум изменения амплитуды при повышении скорости продольных и поперечных волн в исследуемой среде и минимум при уменьшении. Кроме того, при изменении мощности слоя также наблюдается соответствующее изменение амплитуды. При этом значение доминантной длины волны для компонент смещений отличается от такового на рис. 2.6, что говорит о том, что эта величина зависит от выбора опорной среды. Это связано с тем, что вид профилей для однослойной и двухслойной модели отличается друг от друга и, следовательно, максимальная чувствительность наблюдается на разной длине волны.

2.4. Применение аналитической модели во временной области

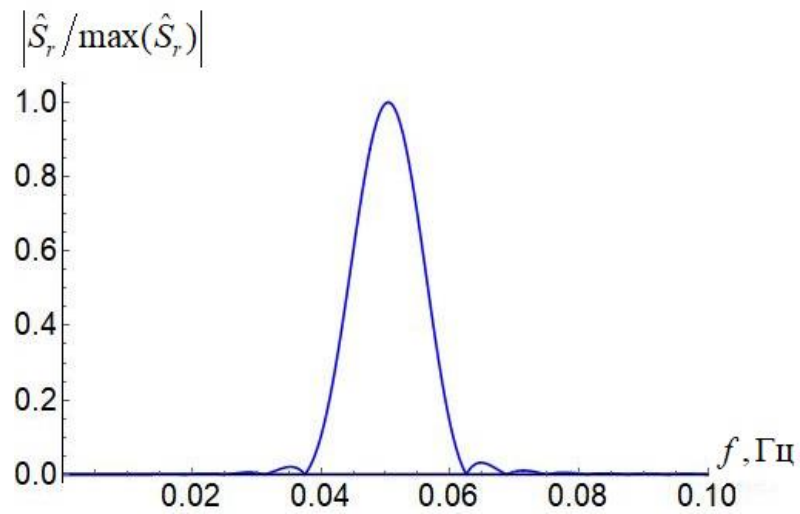
Выше было продемонстрировано соответствие результатов, получаемых с помощью предлагаемой аналитической модели, с результатами численного моделирования в частотной области. Однако для практических приложений интерес также представляет исследование сигналов, изменяющихся во времени. Зададим некоторый волновой пакет, форма и амплитудный спектр которого представлены на рис. 2.9. Рассматривается только вертикальная компонента смещений ПАВ на поверхности среды.

(a)



(рис. 2.9. часть 1)

(б)



(рис. 2.9. часть 2)

Рис. 2.9. Нормированные на максимальное значение исходный сигнал (а) и его амплитудный спектр (б)

Геометрия среды не изменилась: сигнал переходит из опорной зоны в исследуемую посредством зоны перехода, закон изменения параметров в которой полагается известным. В данном случае задается линейное изменение физических параметров среды с расстоянием (рис. 2.10).

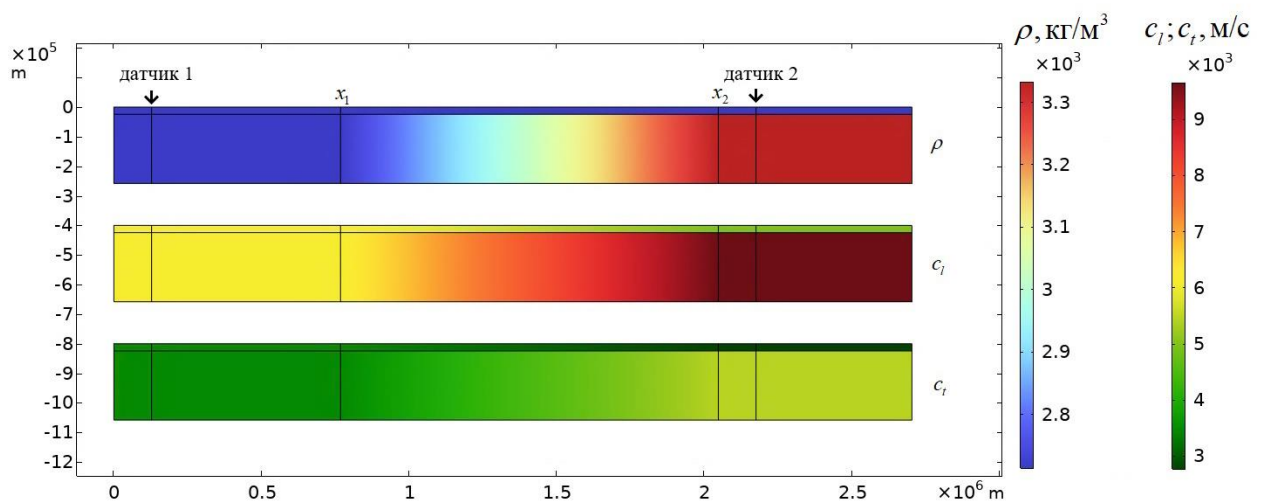


Рис. 2.10. Пример геометрии среды (переход из однослойной зоны в двухслойную), используемой в численном моделировании

Для построения сигнала в исследуемой зоне используется следующий алгоритм. Используя преобразование Фурье, вычисляются амплитудный $\hat{S}_R(f)$ и фазовый $\hat{\phi}_R^{(0)}(f)$ спектры исходного сигнала. Затем, применяя аналитический подход, рассчитываются зависимости изменения амплитуды вертикальной компоненты смещений ПАВ на поверхности среды от частоты $W(f)$, после чего каждая из частотных компонент спектра $\hat{S}_R(f)$ умножается на соответствующее значение $W(f)$:

$$\hat{S}_I(f) = \hat{S}_R(f) \cdot W(f).$$

Таким образом строится амплитудный спектр выходного сигнала $\hat{S}_I(f)$.

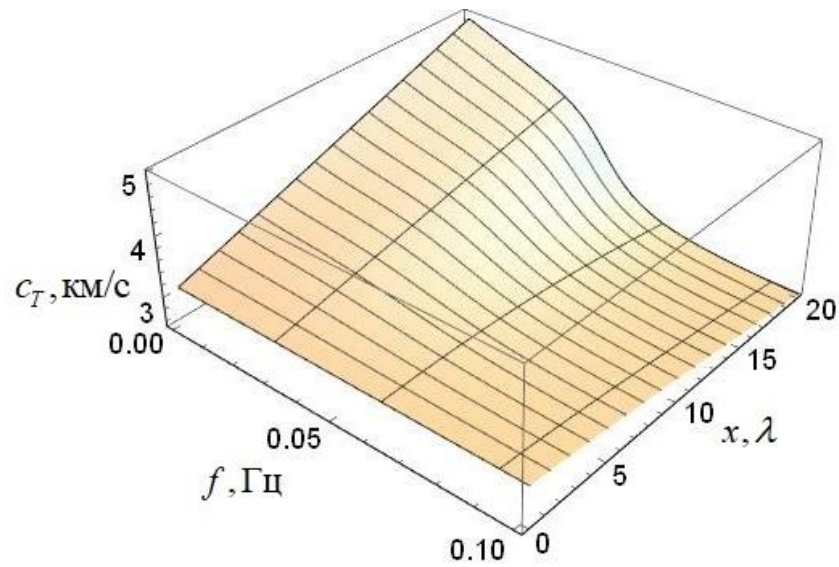
Для построения фазового спектра используются известные дисперсионные свойства среды. К фазе исходного спектра $\hat{\phi}_R^{(0)}$ прибавляются набег фазы, которые приобретаются сигналом при прохождении опорной $\hat{\phi}_R$, исследуемой $\hat{\phi}_I$ и переходной $\hat{\phi}_T$ зоны:

$$\hat{\phi}_I(f) = \hat{\phi}_R^{(0)} + \hat{\phi}_R(f) + \hat{\phi}_T(f) + \hat{\phi}_I(f) = \hat{\phi}_R^{(0)} + \omega \frac{x_R}{c_R} + \omega \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{c_T(f, x)} + \omega \frac{x_I}{c_I},$$

где c_R , c_I , c_T - фазовые скорости ПАВ в опорной, исследуемой и переходной зоне соответственно; x_R - расстояние от первого датчика в опорной зоне до x_1 , x_I - расстояние от второго датчика в исследуемой зоне до x_2 ; x_1, x_2 - координаты границ зоны перехода.

Заметим, что в зоне перехода зависимость фазовой скорости ПАВ от координаты и частоты имеет сложный нелинейный вид (рис. 2.11). В следствие чего набег фазы, вызванный переходом волны через эту область, нельзя корректно определить, используя среднюю скорость, поэтому он вычисляется путем интегрирования по расстоянию.

(a)



(б)

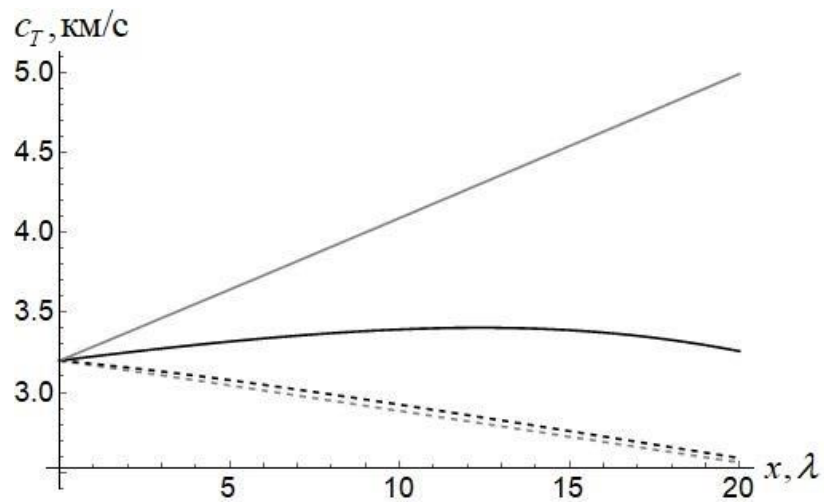


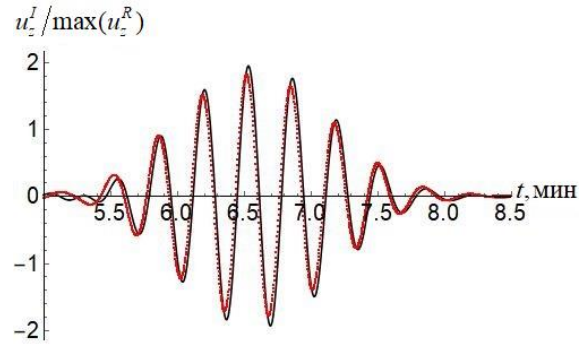
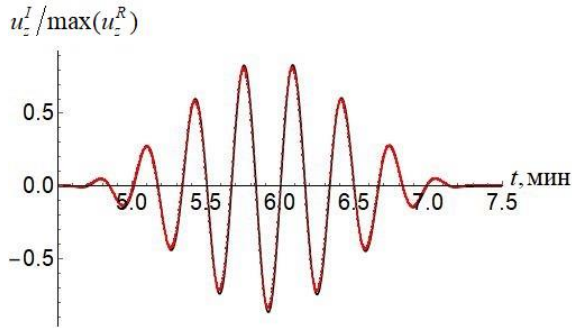
Рис. 2.11. Зависимость $c_T(f, x)$ (а) и $c_T(x)$ при $f = 0.001$ Гц (серая линия), $f = 0.05$ Гц (черная линия), $f = 0.1$ Гц (черная пунктирная линия), $f = 0.15$ Гц (серая пунктирная линия) (б) для перехода из однослойной среды в двухслойную

Итак, зная $\hat{S}_R(f)$ и $\hat{\phi}_R(f)$ и используя обратное преобразование Фурье, строится сигнал в исследуемой зоне.

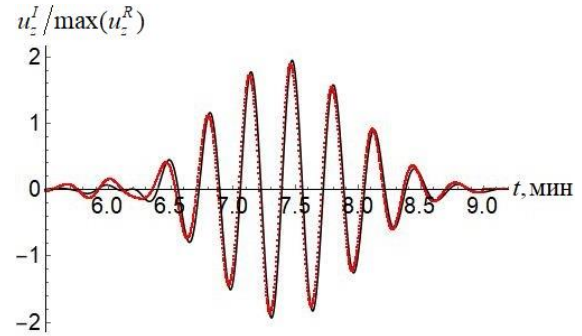
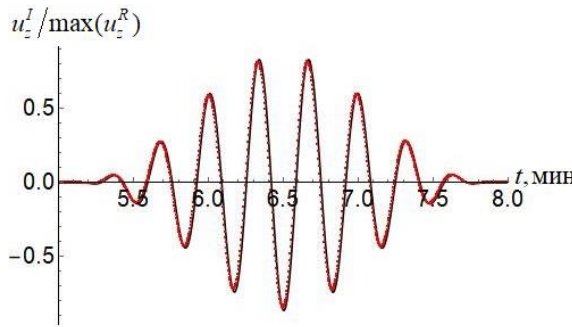
Рассмотрим получаемые результаты (рис. 2.12) на примере переходов ПАВ из однослойной зоны в однослойную и из однослойной в двухслойную. Используемые параметры те же, что и в табл. 2.1 и табл. 2.2. При этом $K_{c_i}^{(1,1)} = 1.2$,

$K_c^{(1,1)} = 1.2$, $K_p^{(1,1)} = 1$ для однослойной исследуемой зоны и $K_c^{(1,1)} = 0.8$, $K_c^{(1,1)} = 0.8$, $K_c^{(1,2)} = 1.2$, $K_c^{(1,2)} = 1.2$ для двухслойной.

(a)



(б)



(в)

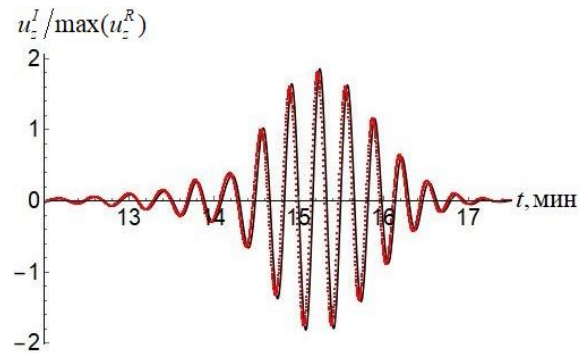
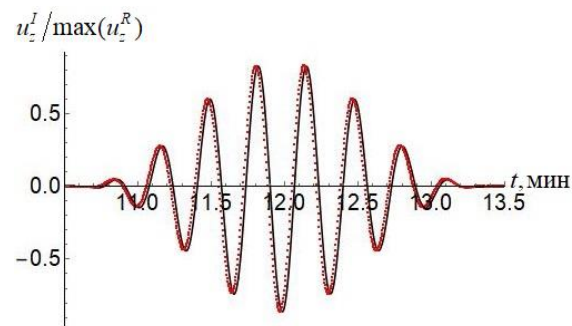


Рис. 2.12. Нормированные на максимальное значение исходного сигнала сигналы в однослойной исследуемой зоне (слева) и в двухслойной исследуемой зоне (справа); (а) – длина зоны перехода 0.1λ , (б) – длина зоны перехода 2λ , (в) – длина зоны перехода 20λ , λ – длина волны на центральной частоте; красные точки – результат численного моделирования, черная линия – аналитически реконструированный сигнал

На рис. 2.12 представлены нормированные на максимальное значение исходного сигнала сигналы в исследуемой зоне. При переходе в более высокоскоростную однослойную зону амплитуда волны уменьшается, а при переходе в двухслойную зону увеличивается, что согласуется с результатами, полученными для частотной области. Также рисунки демонстрируют соответствие аналитического и численного результата, что позволяет сделать вывод о том, что предлагаемый аналитический подход может быть использован для построения сигналов во временной области.

2.5. Заключение к главе 2

В главе предложена математическая модель, позволяющая описывать изменение амплитуды волны рэлеевского типа при переходе из одной слоистой системы с нормальной дисперсией в другую. Рассмотрены переходы ПАВ из однослойной в однослойную и двухслойную системы и из двухслойной в двухслойную. Рассчитаны зависимости относительного изменения амплитуды от различных физических и геометрических параметров систем. При переходе в среду с меньшими значениями упругих параметров наблюдается уменьшение амплитуды, а с большими – увеличение, что согласуется с положениями метода микросейсмического зондирования. Получено соответствие с результатами численного моделирования. Произведено сравнение частотных зависимостей относительной амплитуды с аналогичными зависимостями для фазовой и групповой скорости, а также эллиптичности. Показано, что значение доминантной длины волны для этих зависимостей увеличивается с увеличением контраста между слоями, а также толщины слоя, при этом абсолютное значение этой величины для упомянутых зависимостей отличается. При этом значение этой величины для компонент смещений зависит от выбора опорной модели. Кроме того, продемонстрирована возможность применения аналитической модели во временной области.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. При переходе из однослойной системы в однослойную зависимости амплитуды от изменения

плотности и скорости продольных волн соответствуют ожиданиям, в то время как зависимость от скорости поперечных волн имеет иной вид, что говорит о более сложной зависимости свойств поверхностной волны от этого параметра. Также изменение амплитуды в этом случае меньше, чем в зависимости от скорости продольных волн. Это важный результат, поскольку на данный момент в ММЗ полагается, что коэффициент Пуассона постоянен, т.е. не выделяется, какая из скоростей упругих волн вносит определяющий вклад, но основное влияние уделяется скорости поперечных волн [219], однако было показано, что скорость продольных волн также нельзя игнорировать, что будет более подробно рассмотрено в главе 4. При переходе в двухслойную среду частотные зависимости демонстрируют соответствие ММЗ, при этом зависимости от изменения физических параметров верхнего и нижнего слоя принципиально отличаются друг от друга.

ГЛАВА 3. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНИМОСТИ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Как было показано в главе 2, в предлагаемую математическую модель заложены определенные ограничения для возможности получения аналитических решений, поэтому следующая задача состоит в определении так называемой ошибки метода, т.е. расхождений, вызванных предположениями, лежащими в основе модели, в данном случае предположением о сохранении в нулевом приближении потока энергии через полупространство при переходе ПАВ из одной среды в другую.

Для этого необходимо, во-первых, выявить природу несоответствия и, во-вторых, исследовать ее поведение при изменении параметров исследуемой среды.

3.1. Невязка между аналитическим и численным решением

3.1.1. Отличия аналитического и численного подхода

Под аналитическим решением будем понимать решения для ПАВ, полученные при независимом рассмотрении отдельных слоистых участков, согласованные с помощью закона сохранения потока энергии, а под численным решением – результат решения двумерной упругой задачи с неоднородным распределением упругих параметров.

Конкретизируем рассматриваемую модель. Для удобства будем описывать ее через соответствующие безразмерные коэффициенты. Как было отмечено ранее, индекс i обозначает номер зоны (0 – опорная среда, 1 – первый вариант исследуемой среды, 2 – второй вариант). Особенность конструирования аналитического решения требует нормальной дисперсии [236]. Этому вопросу будет уделено отдельное внимание далее. Параметры рассматриваемых сред следующие: скорость продольных волн $c_l^{(i,j)} - 6181 K_{c_l}^{(i,j)}$ м/с; скорость поперечных волн, $c_t^{(i,j)} - 3467 K_{c_t}^{(i,j)}$ м/с; плотность, $\rho^{(i,j)} - 2714 K_{\rho}^{(i,j)}$ кг/м³; мощность верхнего и нижнего слоя $H_1 = H_2 = 12.5$ км. Для опорной среды - $K_{c_l}^{(0,1)} = K_{c_t}^{(0,1)} = K_{\rho}^{(0,1)} = 1$,

$K_{c_l}^{(0,2)} = K_{c_t}^{(0,2)} = K_{\rho}^{(0,2)} = 1.2$, $K_{c_l}^{(0,3)} = K_{c_t}^{(0,3)} = K_{\rho}^{(0,3)} = 1.4$. Для первого варианта исследуемой среды - $K_{c_l}^{(1,1)} = K_{c_t}^{(1,1)} = K_{\rho}^{(1,1)} = 1$, $K_{c_l}^{(1,2)} = K_{c_t}^{(1,2)} = K_{\rho}^{(1,2)} = 1$, $K_{c_l}^{(1,3)} = K_{c_t}^{(1,3)} = K_{\rho}^{(1,3)} = 1.4$. Для второго варианта - $K_{c_l}^{(2,1)} = K_{c_t}^{(2,1)} = K_{\rho}^{(2,1)} = 1$, $K_{c_l}^{(2,2)} = K_{c_t}^{(2,2)} = K_{\rho}^{(2,2)} = 1.4$, $K_{c_l}^{(2,3)} = K_{c_t}^{(2,3)} = K_{\rho}^{(2,3)} = 1.4$. Для облегчения восприятия прокомментируем, что на данном этапе отличие первой исследуемой среды от опорной заключается в уменьшении упругих параметров в среднем слое, а второй – в увеличении тех же параметров. Для наглядности численные значения параметров представлены в табл. 3.1.

Таблица 3.1. Параметры опорной и исследуемых сред.

	Опорная			1-я исследуемая среда			2-я исследуемая среда		
Номер слоя	c_l , м/с	c_t , м/с	ρ , кг/м ³	c_l , м/с	c_t , м/с	ρ , кг/м ³	c_l , м/с	c_t , м/с	ρ , кг/м ³
1	6181	3467	2714	6181	3467	2714	6181	3467	2714
2	7417	4160	3257	6181	3467	2714	8653	4854	3800
3	8653	4854	3800	8653	4854	3800	8653	4854	3800

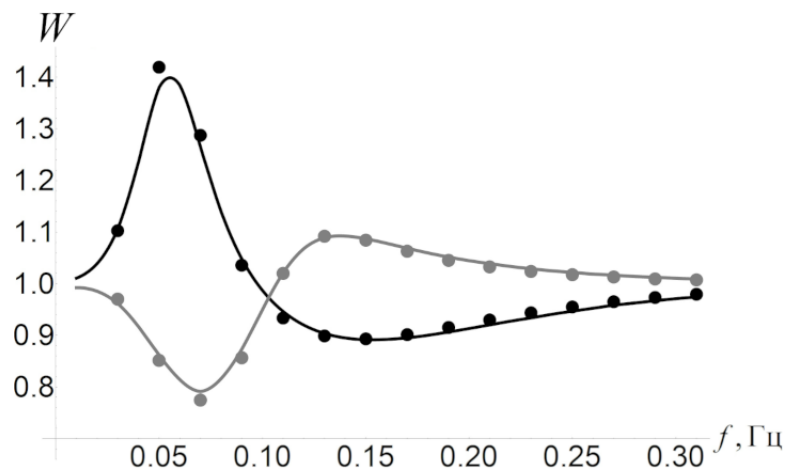


Рис. 3.1. Зависимость относительной амплитуды вертикальной компоненты ПАВ на поверхности от частоты для первого (черная линия) и второго (серая линия) варианта исследуемой среды (сплошная линия – аналитическое решение; точки – численное моделирование)

Из частотной зависимости относительной амплитуды ПАВ (рис. 3.1) следует, что численное и аналитическое решение совпадают, но с некоторой ошибкой. Природу этой ошибки можно предположить, рассмотрев эллиптичность (отношения горизонтальной компоненты смещений ПАВ к вертикальной) (рис. 3.2).

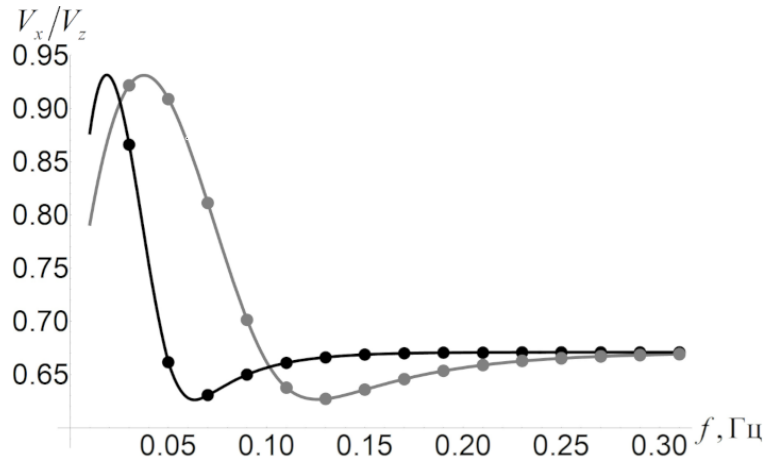


Рис. 3.2. Зависимость эллиптичности ПАВ на поверхности $z = 0$ от частоты для первого (черная линия) и второго (серая линия) варианта исследуемой среды (сплошная линия – аналитическое решение; точки – численное моделирование)

Совпадение эллиптичности (рис. 3.2), рассчитанной как численно, так и аналитически, подтверждает одинаковую структуру ПАВ, получаемых этими двумя подходами. Поэтому разница в относительных амплитудах (рис. 3.1) вызвана процессами, происходящими в переходной зоне. Иными словами, в численной модели ПАВ совпадает с аналитически рассчитанной, но энергия этой волны не сохраняется при переходе. Полный же поток энергии постоянен с точностью до 0.01%, но его часть приходится на объемные волны, возникающие при переходах. В аналитической модели среды бесконечны по горизонтали и существует только фундаментальная мода ПАВ, а в численном моделировании есть переходы, в которых энергия перераспределяется между разными типами волн [211-212]. Кроме того, важно помнить, что аналитическая модель рассматривает только нулевое приближение для потока энергии [220], поэтому вклад в различие могут также вносить более высокие порядки разложения. В дальнейшем будем рассматривать только вертикальную компоненту смещений ПАВ W и

характеризовать расхождение между аналитическим (с индексом *analit*) и численным решением (с индексом *num*) следующей величиной:

$$\chi = |1 - W_{analit} / W_{num}| \quad (3.1)$$

Для случая слабого контраста параметров и большой длины зоны перехода, когда заведомо ожидается совпадение аналитического и численного решений из-за малого рассеяния ПАВ, эта разница не превышает 0,7%, поэтому будем считать ее пренебрежимо малой. Как показывают предыдущие исследования [214] для похожих задач реализованное численное решение сходится и согласуется с экспериментальными данными, и в рамках данной главы, мы обоснованно считаем численное моделирование приближенным к действительности. Поэтому для достижения цели данного этапа, т.е. для определения области применимости аналитической модели найдем условия, при которых результаты аналитического расчета в нашей приближенной модели согласуются с данными численного моделирования. Для этого рассмотрим зависимости невязки (3.1) от параметров модели и будем считать, что аналитическое решение теряет свою описательную способность при величине невязки, превышающей 7% (т.е. на порядок величину, считающуюся пренебрежимо малой).

3.1.2. Постановка без дисперсии

Рассмотрим влияние параметров среды на величину невязки (3.1). Начнем с наиболее простого случая – перехода из однослойной среды в однослойную. В этом случае для опорной среды – $K_{c_l}^{(0,1)} = K_{c_t}^{(0,1)} = K_{\rho}^{(0,1)} = K^{(0,1)} = 1$, $K_{c_l}^{(0,2)} = K_{c_t}^{(0,2)} = K_{\rho}^{(0,2)} = K^{(0,2)} = 1$, $K_{c_l}^{(0,3)} = K_{c_t}^{(0,3)} = K_{\rho}^{(0,3)} = K^{(0,3)} = 1$; для исследуемой – $K_{c_l}^{(1,1)} = K_{c_t}^{(1,1)} = K_{\rho}^{(1,1)} = K^{(1,1)}$, $K_{c_l}^{(1,2)} = K_{c_t}^{(1,2)} = K_{\rho}^{(1,2)} = K^{(1,2)}$, $K_{c_l}^{(1,3)} = K_{c_t}^{(1,3)} = K_{\rho}^{(1,3)} = K^{(1,3)}$.

Ввиду того, что наибольший интерес представляет мажоритарная оценка невязки, положим, что $K^{(1,j)}$ влияет на все упругие параметры среды, поскольку в таком варианте его вклад максимален, как было показано в главе 2. Существуют три фактора, влияющие на ошибку: длина зоны перехода L_{tr} , длина вертикальной

зоны L_{av} и величина контраста между средами $\Delta K_j = |K^{(0,j)} - K^{(1,j)}|$. Для однослойного случая $\Delta K_j \equiv \Delta K$. Оценки показывают, что при заведомо большой L_{tr} , вклад L_{av} пренебрежимо мал, поэтому зафиксируем L_{av} равной длине зондирующей волны в исследуемой среде, а L_{tr} будем менять по отношению к максимальной из длин волн в опорной и исследуемой среде.

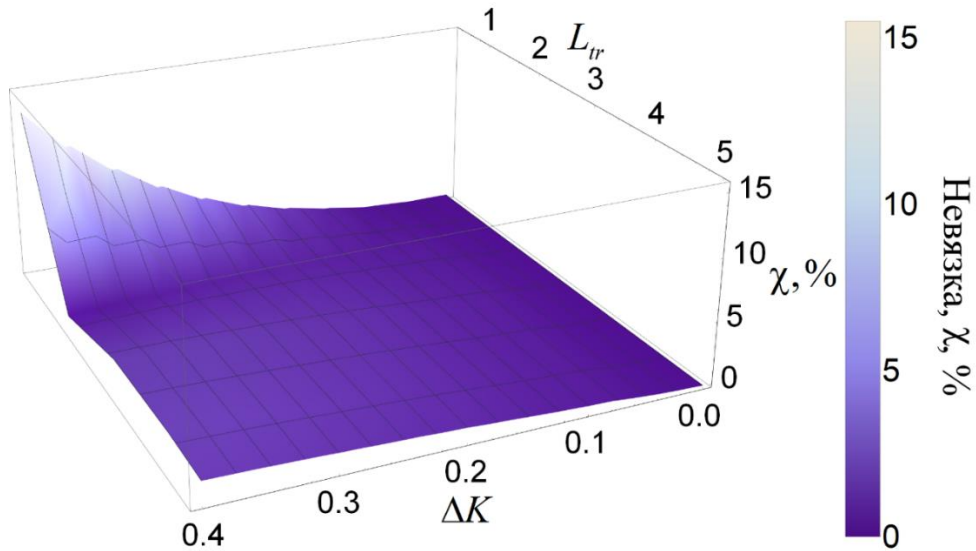


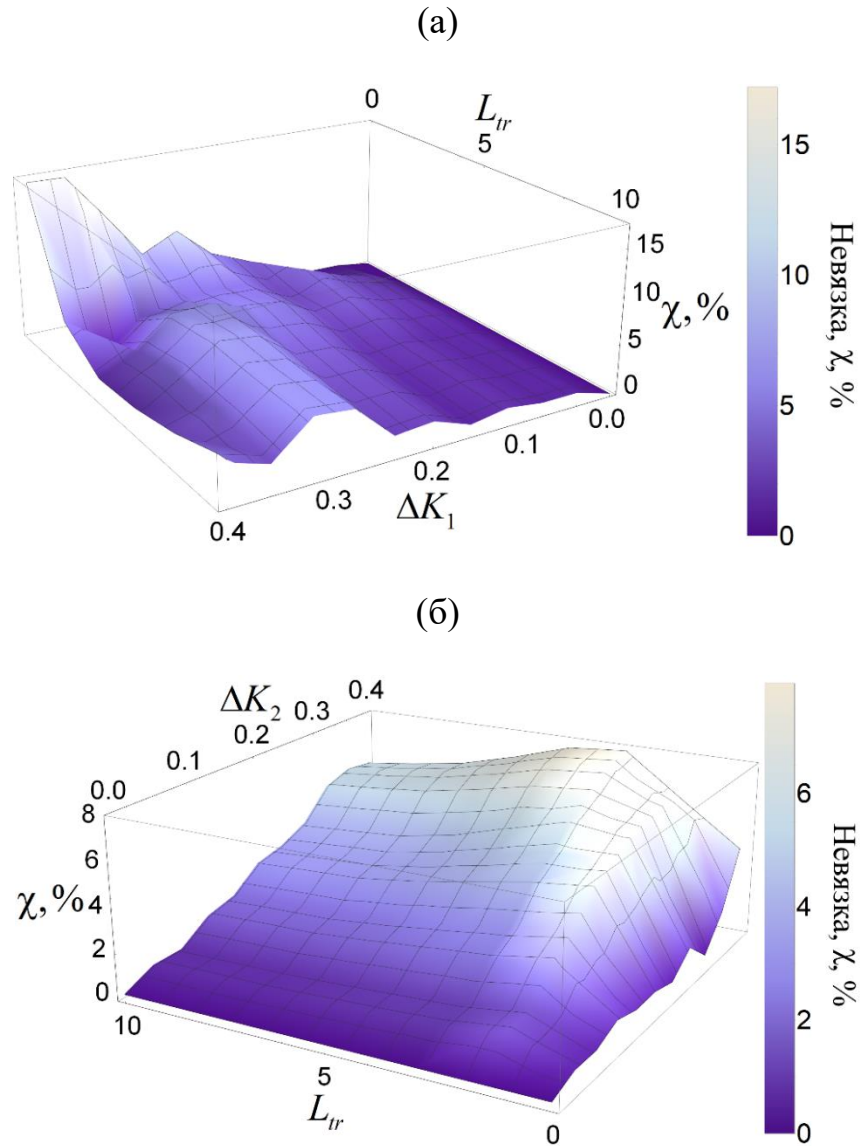
Рис. 3.3. Зависимость невязки от ΔK и L_{tr} .

Рис. 3.3 демонстрирует, что при увеличении контраста и уменьшении длины зоны перехода ошибка, ожидаемо, увеличивается, поскольку часть энергии распределяется на обменные процессы, а также, вероятно, увеличивается вклад слагаемых более высокого порядка в выражении для потока энергии. Области на рис. 3.3, соответствующие $\chi < 7\%$ отражают искомую область применимости аналитической модели для соотношения между ΔK и L_{tr} . Таким образом, можно обобщить, что невязка зависит от градиента упругих параметров в зоне перехода: чем больше контраст и/или меньше длина зоны перехода, тем больше невязка

3.1.3. Постановка с дисперсией

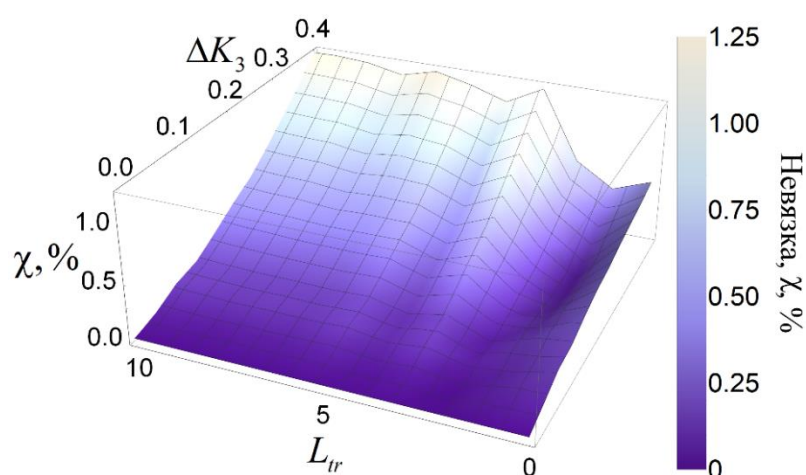
Перейдем к рассмотрению многослойной среды. Поскольку вид граничных условий для промежуточных слоев является аналогичным друг другу, можно считать, что наблюдается подобие между волнами, зондирующими

промежуточные слои, (в качестве которых здесь рассматриваются доминантные волны, т.е. наиболее чувствительные к параметрам каждого слоя [210]) поэтому рассмотрение трехслойной среды является универсальным. Изменим коэффициенты следующим образом: для опорной среды – $K_{c_l}^{(0,1)} = K_{c_t}^{(0,1)} = K_{\rho}^{(0,1)} = K^{(0,1)} = 1$, $K_{c_l}^{(0,2)} = K_{c_t}^{(0,2)} = K_{\rho}^{(0,2)} = K^{(0,2)} = 1.4$, $K_{c_l}^{(0,3)} = K_{c_t}^{(0,3)} = K_{\rho}^{(0,3)} = K^{(0,3)} = 1.4$. Для исследуемой – $K_{c_l}^{(1,1)} = K_{c_t}^{(1,1)} = K_{\rho}^{(1,1)} = K^{(1,1)}$, $K_{c_l}^{(1,2)} = K_{c_t}^{(1,2)} = K_{\rho}^{(1,2)} = K^{(1,2)}$, $K_{c_l}^{(1,3)} = K_{c_t}^{(1,3)} = K_{\rho}^{(1,3)} = K^{(1,3)}$. В этом случае получаем три различные зависимости (при варьировании параметров верхнего, промежуточного и подстилающего слоев):



(рис. 3.4. часть 1)

(в)



(рис. 3.4. часть 2)

Рис. 3.4. Зависимость невязки от ΔK_1 и L_{tr} (а), ΔK_2 и L_{tr} (б), ΔK_3 и L_{tr} (в)

Рис. 3.4 (аналогично рис. 3.3), демонстрирует область применимости аналитической модели. Из него следует, что поведение невязки имеет более сложный характер по сравнению с однослойной средой – изменение параметров первого и среднего слоя существенно отличаются друг от друга. При изменении параметров третьего слоя невязка не превышает 1.2%. Интересно отметить небольшую невязку в области малых значений L_{tr} для случая среднего слоя. По-видимому, это связано с конкурирующим влиянием двух факторов: возникающие обменные эффекты приводят к уменьшению амплитуды по сравнению с аналитическими построениями, а неучтенные члены более высокого порядка в выражении для потока энергии приводят к ее увеличению, таким образом, итоговое значение оказывается близким к получаемому аналитическим подходом. Аналогичная ситуация, вероятно, справедлива и для случая первого слоя.

При стремлении толщины среднего слоя к нулю и/или увеличении глубины его залегания, ошибка также будет убывать в связи с уменьшением отклика ПАВ на включение меньшего размера, а при увеличении отношения этих величин, среда будет стремиться к двухслойной, т.е. рис. 3.4б будет преобразовываться в рис. 3.4а.

Таким образом, данные из рис. 3.4 могут быть использованы как мажоритарные значения ошибки аналитического подхода для расчета амплитуды ПАВ в неоднородной среде, поскольку построены для доминантной частоты (т.е. для наиболее чувствительной к параметрам рассматриваемого слоя). Для сложной многослойной среды, у которой изменяются параметры в каждом слое, итоговая невязка будет складываться из значений, отражающих влияние каждого слоя в отдельности, однако эта величина будет априорно меньше значений на рис. 3.4.

3.2. Случай аномальной дисперсии

Теперь рассмотрим принципиальные ограничения рассматриваемой модели, связанные с типом дисперсии в конкретной среде. Для этого проанализируем дисперсионные зависимости для различных конфигураций слоистой среды.

Параметры рассматриваемых сред следующие: скорость продольных волн $c_l^{(i,j)}$ - $6181 K_{c_l}^{(i,j)}$ м/с; скорость поперечных волн, $c_t^{(i,j)}$ - $3467 K_{c_t}^{(i,j)}$ м/с; плотность, $\rho^{(i,j)}$ - $2714 K_{\rho}^{(i,j)}$ кг/м³; мощность верхнего и нижнего слоя $H_1 = H_2 = 12.5$ км. Для случая нормальной дисперсии – $K_{c_l}^{(0,1)} = K_{c_t}^{(0,1)} = K_{\rho}^{(0,1)} = 1$, $K_{c_l}^{(0,2)} = K_{c_t}^{(0,2)} = K_{\rho}^{(0,2)} = 1.2$, $K_{c_l}^{(0,3)} = K_{c_t}^{(0,3)} = K_{\rho}^{(0,3)} = 1.4$. Для первого варианта аномальной дисперсии – $K_{c_l}^{(1,1)} = K_{c_t}^{(1,1)} = K_{\rho}^{(1,1)} = 1.4$, $K_{c_l}^{(1,2)} = K_{c_t}^{(1,2)} = K_{\rho}^{(1,2)} = 1$, $K_{c_l}^{(1,3)} = K_{c_t}^{(1,3)} = K_{\rho}^{(1,3)} = 1.4$. Для второго варианта – $K_{c_l}^{(2,1)} = K_{c_t}^{(2,1)} = K_{\rho}^{(2,1)} = 1$, $K_{c_l}^{(2,2)} = K_{c_t}^{(2,2)} = K_{\rho}^{(2,2)} = 1.4$, $K_{c_l}^{(2,3)} = K_{c_t}^{(2,3)} = K_{\rho}^{(2,3)} = 1$. Для облегчения восприятия прокомментируем, что отличие первого варианта аномальной дисперсии от второго заключается в пониженном значении упругих параметров в среднем слое и повышенном соответственно. Для наглядности численные значения параметров представлены в табл. 3.2.

Таблица 3.2. Параметры рассматриваемых сред.

	Нормальная дисперсия			1-й вариант аномальной дисперсии			2-й вариант аномальной дисперсии		
Номер слоя	c_l , м/с	c_t , м/с	ρ , кг/м ³	c_l , м/с	c_t , м/с	ρ , кг/м ³	c_l , м/с	c_t , м/с	ρ , кг/м ³
1	6181	3467	2714	7417	4160	3257	6181	3467	2714
2	7417	4160	3257	6181	3467	2714	7417	4160	3257
3	8653	4854	3800	7417	4160	3257	6181	3467	2714

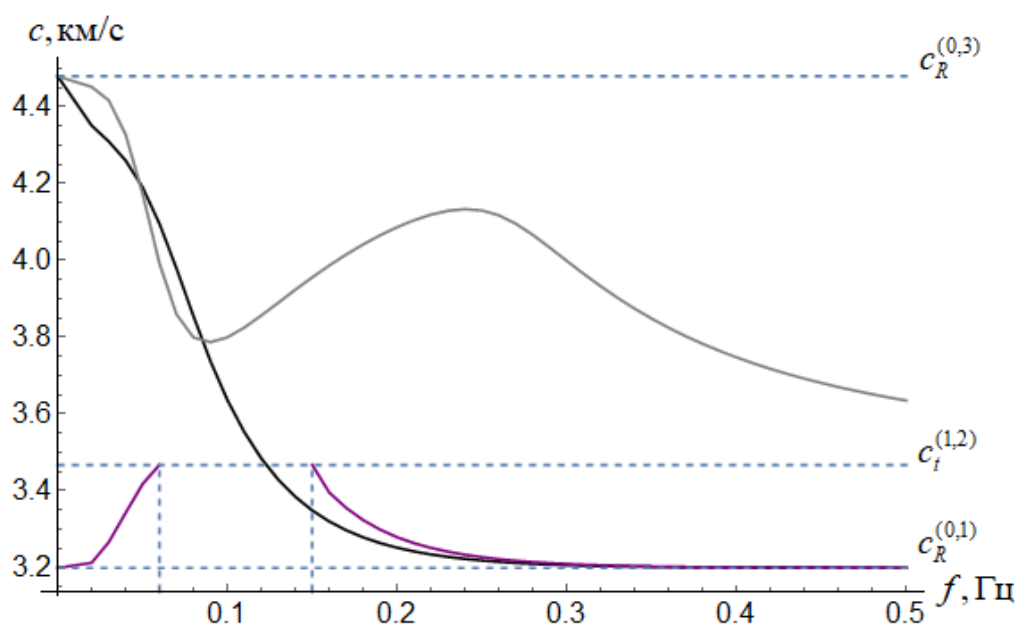


Рис. 3.5. Дисперсионные зависимости для случая нормальной дисперсии (черная линия), первого (серая линия) и второго (фиолетовая линия) варианта аномальной дисперсии. $c_R^{(0,3)}$ – скорость волны Рэлея для материала подстилающего полупространства для случая нормальной дисперсии; $c_R^{(0,1)}$ – скорость волны Рэлея для материала верхнего слоя для случая нормальной дисперсии

Рис. 3.5 демонстрирует, что для нормальной дисперсии при низких частотах (больших длинах волн) скорость поверхностной волны соответствует скорости волны Рэлея в материале полупространства, в то время как на высоких частотах

(короткие длины волн) скорость стремиться к скорости волны Рэлея в материале слоя.

Отметим, что смещения в подстилающем полупространстве пропорциональны e^{-sz} , где $s = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_t}\right)^2}$, т.е. пока $c < c_t$ s является действительной величиной и поле в подстилающем полупространстве является затухающим, поэтому в случае нормальной дисперсии волна является распространяющейся. Для второго варианта аномальной дисперсии, возникает ситуация, когда $c > c_t$ (в диапазоне частот, отмеченном вертикальными пунктирными линиями). При этом s становится чисто мнимым, соответственно, поле в полупространстве будет осциллировать, что можно интерпретировать как излучение волны в подстилающее полупространство в следствии чего волна становится нераспространяющейся.

Для первого случая аномальной дисперсии при высоких частотах скорость стремиться к скорости поперечной волны в среднем слое. Это в свою очередь указывает на то, что волна преобразуется в поперечную волну и, соответственно, основная энергия сосредотачивается в среднем слое.

Итак, поскольку случай аномальной дисперсии характеризуется процессами перераспределения энергии между различными типами волн, он не может быть корректно описан предлагаемой моделью, поскольку в ее основе лежит предположение сохранения потока энергии для основной моды поверхностной волны. Поэтому в дальнейшем будут рассматриваться случаи с нормальной дисперсией. Более полное описание динамических свойств слоистого полупространства можно найти, например, в [228].

3.3. Заключение к главе 3.

Сравнение аналитического и численного подхода к моделированию амплитудных характеристик ПАВ показало, что в силу отличия исходных постановок наблюдаются определённые расхождения. Из анализа эллиптичности поверхностной волны, который продемонстрировал, что структура ПАВ, рассчитанная аналитически и численно совпадают, следует, что различие носит количественный характер, и связано с разным подходом к моделированию области перехода. В численном моделировании учитываются все эффекты, возникающие при распространении волны через эту зону, а в аналитическом подходе, во-первых, системы, связанные зоной перехода, рассматриваются независимо, т.е. не рассматриваются эффекты рассеяния волны [211, 212]. Во-вторых, поток энергии через полупространство характеризуется только нулевым порядком разложения [220]. При этом члены, зависящие от градиента упругих параметров, не рассматриваются.

Рассчитаны зависимости невязки между численным (считающимся точным) и аналитическим решением в зависимости от длины зоны перехода и контраста упругих параметров для однослойной и трехслойной (которую можно считать универсальной) сред и определены зоны применимости ($\chi < 7\%$) аналитического подхода для этих случаев. Показано, что параметры различных слоев влияют на применимость рассматриваемого подхода неодинаковым образом. Так, при изменении параметров верхнего слоя допустимый градиент упругих параметров составляет около 20% на длину волны, для промежуточного – около 7%, а влияние изменения параметров нижнего слоя составляет менее 1.5%.

Несмотря на то, что каждый из этих слоёв вносит свой вклад в невязку аналитического и численного решений, ожидаемые на практике ошибки будут меньше суммарных. Это связано с тем, что представленные зависимости невязки построены для наиболее «чувствительных» волн и итоговое значение, строго говоря, является мажоритарным. Полученные результаты могут быть использованы для оценки возможности предложенного в [236] алгоритма для

аналитического моделирования ПАВ в многослойной неоднородной среде с плавным по горизонтали изменением упругих параметров в слоях. С практической точки зрения это означает, что разработанный аналитический подход к расчету изменения амплитуды ПАВ по мере ее распространения вдоль границы неоднородной по вертикали и горизонтали среды может использоваться для решения возникающих в производственной геофизической практике задач и открывает путь к аналитическому решению прямой (а затем и обратной) задачи микросейсмического зондирования с помощью аналитических расчетов.

Исследование дисперсионных характеристик в многослойных средах показало, что при наличии аномальной дисперсии, т.е. ситуации, когда зависимость фазовой скорости от частоты представляет собой немонотонную функцию, характеризуются эффектами перераспределения энергии между различными типами волн, что приводит к принципиальному несохранению потока энергии для основной моды ПАВ, поэтому такой случай не может быть смоделирован с помощью предлагаемого подхода.

Таким образом, обосновывается **первое защищаемое положение:**

Разработанный аналитический подход позволяет рассчитывать амплитудные характеристики поверхностной акустической волны в горизонтально неоднородной слоистой среде с нормальной дисперсией при допустимом градиенте физических параметров исходной среды около 10% на одну длину зондирующей волны.

ГЛАВА 4. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ВОЛНЫ РЭЛЕЕВСКОГО ТИПА НА ПОВЕРХНОСТИ СРЕДЫ К ИЗМЕНЕНИЮ ЕЕ УПРУГИХ ПАРАМЕТРОВ

Следующей важной задачей является определение параметров среды, к изменению которых наиболее чувствительны характеристики ПАВ, поскольку этот вопрос напрямую касается интерпретации результатов прикладных методов, основанных на анализе этих характеристик.

Для этого в главе предложен вариант анализа чувствительности ПАВ при независимом изменении упругих параметров среды, проанализировано влияние изменений свойств системы на значение доминантной длины волны и относительной амплитуды вертикальной компоненты ПАВ на свободной границе, а также продемонстрировано изменение вертикальных профилей ПАВ при переходе из одной многослойной среды в другую.

4.1. Постановка без дисперсии (демонстрация анализа)

Для демонстрации последующих рассуждений начнем с наиболее простой модели – переход из однослойной системы в однослойную, т.е. трансформации волны Рэлея. Параметры рассматриваемых сред для однослойной системы представлены в табл. 4.1. Выбранные упругие параметры соответствуют характерным для земной коры значениям, согласно модели PREM [235].

Таблица 4.1. Параметры опорной и исследуемой среды

Модель	Скорость продольных волн, c_l , м/с	Скорость поперечных волн, c_t , м/с	Плотность, ρ , кг/м ³
R	6181	3467	2714
I	$6181 K_{c_l}$	$3467 K_{c_t}$	2714

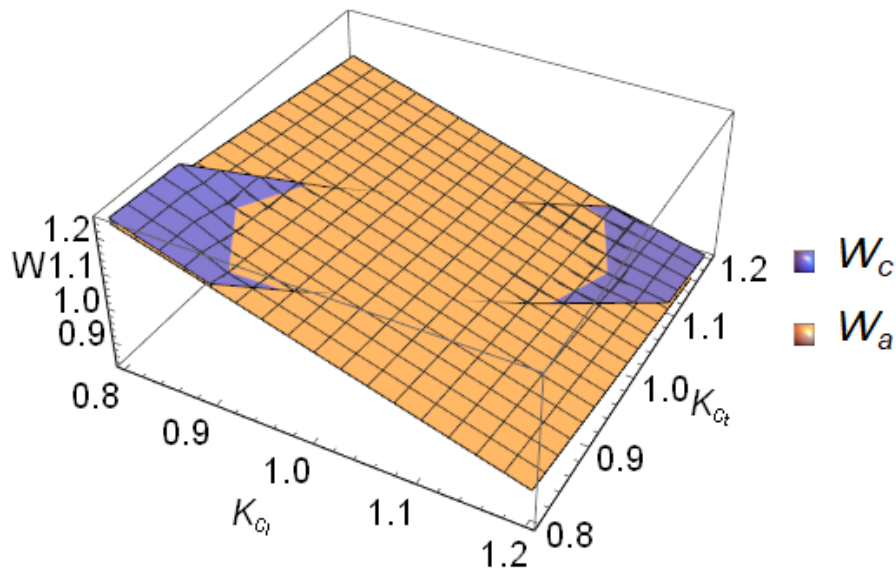


Рис. 4.1. Зависимость относительной амплитуды вертикальной компоненты смещений W на свободной границе (а) от коэффициентов изменения скорости продольных и поперечных волн при линейной аппроксимации; синяя – рассчитанная функция (с индексом c), оранжевая – функция аппроксимирующей плоскости (с индексом a)

На рис. 4.1 представлена рассчитанная зависимость W_c относительной амплитуды вертикальной компоненты смещений на поверхности от коэффициента изменения скоростей продольных и поперечных волн (при этом коэффициент Пуассона изменялся в пределах от 0.15 до 0.35 [234], который характерен для геологических сред). Данную поверхность можно аппроксимировать плоскостью W_a , уравнение которой имеет вид: $W_a = 2.08 - 0.8K_{c_l} - 0.25K_{c_t}$ (рис. 2). Здесь K_{c_l} , K_{c_t} - коэффициенты изменения скорости продольных и поперечных волн соответственно, т.е. величины, отражающие отношение параметров в исследуемой и опорной среде. Выполним замену переменных $\xi = -0.8K_{c_l} - 0.25K_{c_t}$, ортогональная ξ функция имеет вид $\eta = 0.25K_{c_l} - 0.8K_{c_t}$. ξ , η образуют новую систему координат, в которой исходная функция W_a изменяется только вдоль оси ξ :

$$W_a = 2.08 + \xi \quad (4.1)$$

Теперь введем интегральную невязку, т.е. величину, характеризующую относительную ошибку при аппроксимации исходной функции, следующим образом:

$$\Delta = \int_{K_{c_{t1}}}^{K_{c_{t2}}} \int_{K_{c_{l1}}}^{K_{c_{l2}}} \left(\frac{W_c - W_a}{W_c} \right) dK_{c_l} dK_{c_t},$$

где $K_{c_{t1}}$, $K_{c_{t2}}$, $K_{c_{l1}}$, $K_{c_{l2}}$ – пределы изменения скорости поперечных и продольных волн соответственно.

Далее усложним аппроксимирующую функцию (4.1), путем добавления членов более высокого порядка, т.е.

$$W_a = 2.08 + \xi + a\xi^2 + b\xi^3 + d\xi^4$$

Это позволяет, во-первых, оставить зависимость от одной переменной и, во-вторых, улучшить точность аппроксимации. Перебирая значения коэффициентов a , b и d можно добиться уменьшения невязки и получения лучшего соответствия аппроксимации и исходной функции (табл. 4.2).

Таблица 4.2. Зависимость интегральной ошибки от вида аппроксимирующей функции

Аппроксимирующая функция	Δ , %
$W_a = 2.08 + \xi$	0.176
$W_a = 2.08 + \xi - 0.003\xi^2$	0.174
$W_a = 2.08 + \xi - 0.09\xi^2 + 0.08\xi^3$	0.147
$W_a = 2.08 + \xi + 0.02\xi^2 - 0.11\xi^3 + 0.08\xi^4$	0.136

Из табл. 4.2 можно сделать вывод о том, что более высокие порядки аппроксимации незначительно влияют на интегральную невязку. Поэтому в дальнейшем остановимся на линейной аппроксимации.

Поскольку в выражении W_a перед K_{c_l} стоит больший коэффициент, таким образом, наибольший вклад в изменение амплитуды для однослойной системы вносит изменение скорости продольных волн, хотя известно, что скорость волны Рэлея преимущественно определяется скоростью поперечных волн [25]. Из этого следует, что поведение амплитуды при изменении упругих параметров среды носит принципиально иной характер, поэтому связать изменение амплитуды ПАВ с изменением лишь ее скорости нельзя.

Для однослойной системы свойства волны не зависят от частоты. В случае же многослойной среды, возникает дисперсия, поэтому необходимо рассмотреть вопрос о чувствительности волн разных частот к локальному изменению упругих параметров системы.

4.2. Постановка с дисперсией

4.2.1. Чувствительность доминантной длины волны к изменению параметров многослойной среды

Глубина локализации поверхностной волны определяется волновыми числами, зависящим от свойств среды. Благодаря этому можно осуществлять зондирование различных горизонтов используя разные длины волн. При переходе из одной слоистой системы волны с разными частотами будут иным образом реагировать на изменение упругих свойств среды. В частности, зависимость относительной амплитуды от частоты будет иметь экстремум, указывающий на волну с наибольшей чувствительностью, которая на практике представляет наибольший интерес. В ММЗ эту длину волны называют «эффективной» и связывают с коэффициентом глубинной привязки, важным для построения карт интенсивностей. Значения этого коэффициента эмпирически, а в последствии и численно, было оценено как 0.4-0.5. Однако в силу ресурсоемкости численного моделирования, не представлялось возможным рассмотреть большое количество моделей и влияния их параметров на значения этого коэффициента. Рассматриваемая модель плавного перехода хотя и не учитывает возникающие обменные процессы, характерные для реальных ситуаций, позволяет, во-первых,

описывать основной эффект, а именно, изменение амплитуды на поверхности над аномалиями скорости и, во-вторых, делать это аналитически, что позволяет рассматривать широкий круг различных моделей.

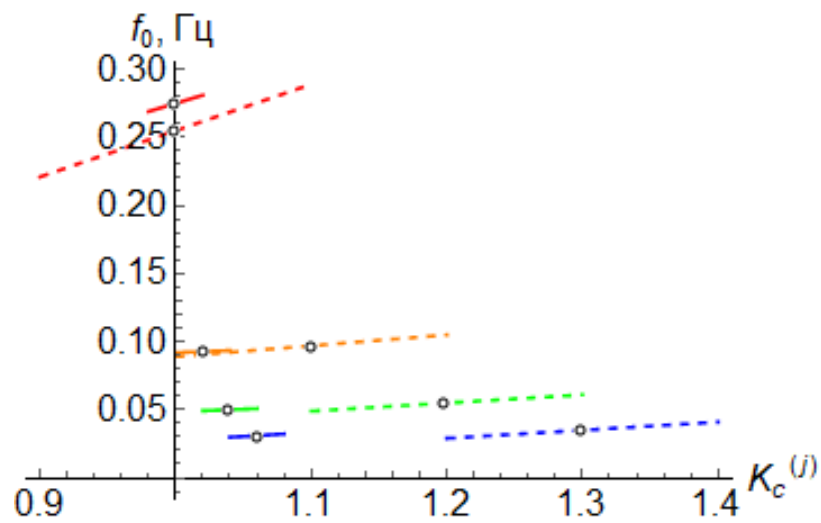
Поэтому для расширения представлений о зависимости коэффициента глубинной привязки или доминантной длины волны от параметров модели рассмотрим многослойную систему на примере перехода из пятислойной среды в пятислойную при варьировании параметров в каждом из слоев. Отметим, что диапазоны варьирования выбраны так, чтобы система оставалась в рамках нормальной дисперсии.

Будет рассмотрено две системы: со слабым контрастом между слоями (со значениями коэффициентов опорной среды: $K_{c_l}^{(0,1)} = K_{c_t}^{(0,1)} = 1$, $K_{c_l}^{(0,2)} = K_{c_t}^{(0,2)} = 1.02$, $K_{c_l}^{(0,3)} = K_{c_t}^{(0,3)} = 1.04$, $K_{c_l}^{(0,4)} = K_{c_t}^{(0,4)} = 1.06$, $K_{c_l}^{(0,5)} = K_{c_t}^{(0,5)} = 1.08$) и сильными (для которого $K_{c_l}^{(0,1)} = K_{c_t}^{(0,1)} = 1$, $K_{c_l}^{(0,2)} = K_{c_t}^{(0,2)} = 1.1$, $K_{c_l}^{(0,3)} = K_{c_t}^{(0,3)} = 1.2$, $K_{c_l}^{(0,4)} = K_{c_t}^{(0,4)} = 1.3$, $K_{c_l}^{(0,5)} = K_{c_t}^{(0,5)} = 1.4$). На данном этапе будем изменять параметры исследуемой среды совместно, т.е. $K_{c_l}^{(1,j)} = K_{c_t}^{(1,j)} = K_c^{(1,j)}$; $K_\rho^{(i,j)} = 1$, $H^{(i,1)} = 6.4$, $H^{(i,2)} = 8$, $H^{(i,3)} = 10.5$, $H^{(i,4)} = 16$, $H^{(i,5)} = \infty$; $j = 1 \div 5$. Далее для краткости индекс i , отвечающий за номер зоны, опущен.

Таблица 4.3. Параметры опорной ($i=0$) и исследуемой ($i=1$) среды; i – номер среды, j – номер слоя

Скорость продольных волн, c_l , м/с	Скорость поперечных волн, c_t , м/с	Плотность, ρ , кг/м ³	Мощность слоя, H , км
$6181 K_{c_l}^{(i,j)}$	$3467 K_{c_t}^{(i,j)}$	$2714 K_\rho^{(i,j)}$	$H^{(i,j)}$

(a)



(б)

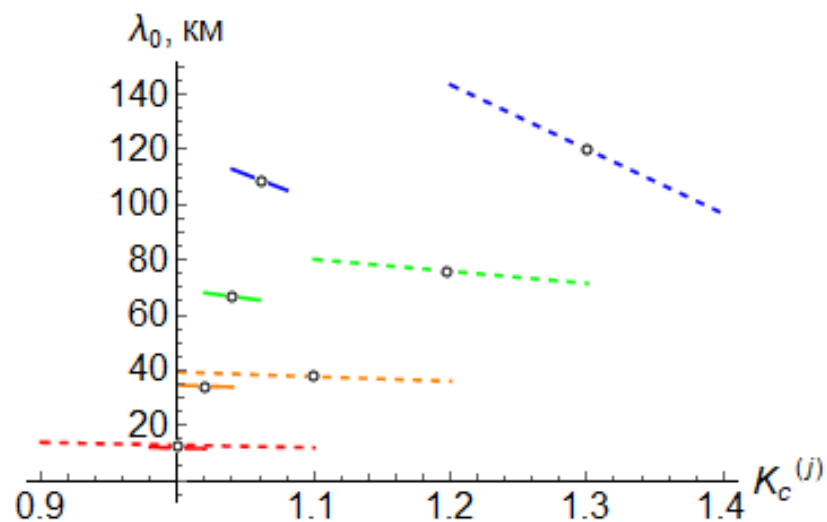


Рис. 4.2. Зависимость доминантной частоты (а) и доминантной длины волны (б) от коэффициента совместного изменения скоростей упругих волн в первом (красная линия; $j=1$), втором (оранжевая линия; $j=2$), третьем (зеленая линия; $j=3$), четвертом (синяя линия; $j=4$) слое для высокого (пунктирная линия) и низкого (сплошная линия) контраста между слоями

Наибольший интерес представляет не абсолютное значение доминантной длины волны, а ее связь с геометрическими параметрами модели. Эту связь выразим как $h = K_d \lambda_0$, где λ_0 – значение доминантной длины волны, h – координата середины зондируемого слоя, K_d – коэффициент глубинной привязки.

Таблица 4.4. Зависимость коэффициента глубинной привязки от номера зондируемого слоя

Слабый контраст		Сильный контраст	
Номер слоя	K_d	Номер слоя	K_d
1	0.26-0.28	1	0.23-0.27
2	0.3-0.31	2	0.26-0.29
3	0.29-0.3	3	0.24-0.27
4	0.29-0.31	4	0.23-0.34

Выколотые точки на рис. 4.2 соответствуют случаям, когда базовая и исследуемая среда тождественны друг другу и изменения амплитуды не происходит. В целом, рис. 4.2 и табл. 4.4 демонстрирует, что длина доминантной волны связана с глубиной залегания первых четырех слоев (случай пятого слоя будет рассмотрен далее), как для сильно-, так и слабоконтрастной модели посредством коэффициента, значение которого лежит в пределах от 0.23 до 0.3, при этом он увеличивается с увеличением контраста, что в целом согласуется с ММЗ, хотя и значение коэффициента глубинной привязки меньше, чем эмпирически оцененное ранее, что связано с особенностями геометрии модели. Кроме того, при более сильном контрасте диапазон изменения доминантной длины увеличивается, что указывает на то, что точность определения залегания неоднородности сильно зависит от ее упругих свойств.

Теперь рассмотрим вопрос о влиянии опорной среды на зависимость амплитуды на поверхности от частоты. Для этого как для сильно-, так и слабоконтрастной фоновой модели параметры третьего слоя $K_{c_i}^{(1,3)}$ и $K_{c_i}^{(1,3)}$ в 1.02 раза. В таком случае относительный контраст между опорной и исследуемой средой как для первого, так и для второго вида фоновой среды будет одинаковым. Иными словами, для обоих случаев опорная и исследуемая среда отличаются лишь одинаковым образом увеличенным значением упругих параметров в третьем слое.

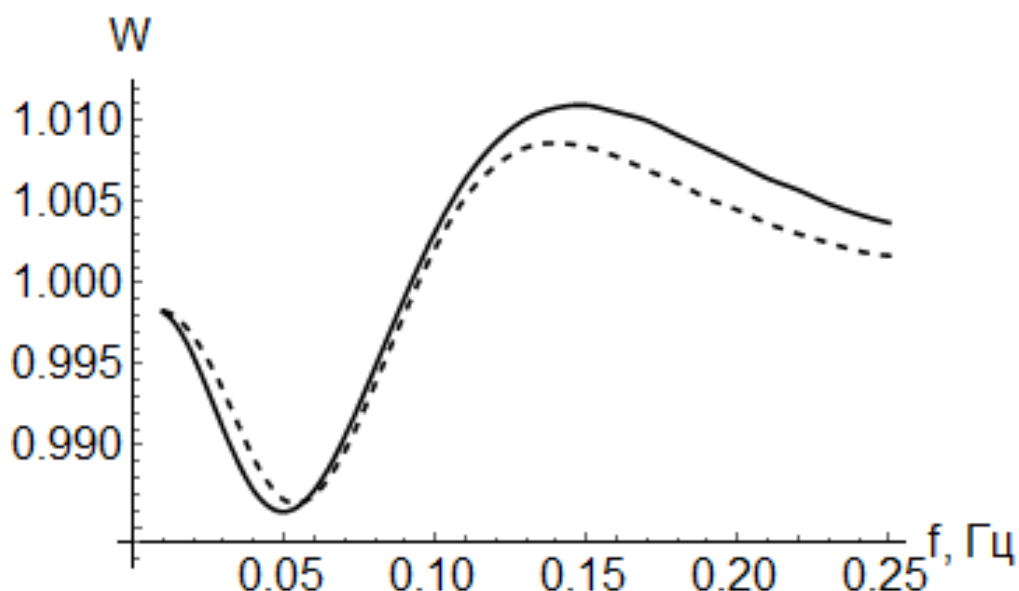


Рис. 4.3. Зависимость относительной амплитуды вертикальной компоненты смещений на поверхности от частоты для слабоконтрастной (черная линия) и сильноконтрастной (пунктирная линия) фоновой среды

Из рис. 4.3 следует, что, хотя и контраст между опорной и исследуемой средой сохранился, вид частотных зависимостей является зависимым от свойств фоновой модели, т.е. амплитуда на поверхности является не функций контраста между опорной и исследуемой средой, а зависит от непосредственно упругих параметров. Иными словами, в общем случае отклик на поверхности нельзя рассматривать как функцию отношения упругих параметров в исследуемой и опорной среде $W(K_{c_l}, K_{c_t})$, а следует рассматривать как функцию этих параметров отдельно $W(c_l^{(0,j)}, c_t^{(0,j)}, c_l^{(1,j)}, c_t^{(1,j)})$.

4.2.2. Чувствительность амплитуды волны рэлеевского типа на поверхности многослойной среды к изменению ее параметров.

Теперь перейдем к рассмотрению чувствительности амплитуды к изменению упругих параметров отдельных слоев. Для краткости далее индекс j , отвечающий за номер слоя опущен. Зафиксировав частоту и изменяя K_{c_l} и K_{c_t} , как было показано на примере однослойной системы, можно построить соответствующие аппроксимирующие плоскости, отражающие относительный вклад этих

коэффициентов в изменение амплитуды. Для каждой частоты уравнение аппроксимирующей плоскости будет отличаться, но общая структура останется неизменной: $W_a = W_0 + \xi$ ($\xi = C_1 K_{c_1} + C_2 K_{c_2}$). Значения коэффициентов C_1 и C_2 , с одной стороны, отражают относительный вклад изменения скоростей продольных и поперечных волн в изменение амплитуды, а с другой, величину этого изменения. Для большей наглядности введем следующие величины α и β , которые задают ориентацию аппроксимирующей плоскости. α является углом между исходной системой координат $\{K_{c_1}, K_{c_2}\}$ и новой $\{\xi, \eta\}$ и отражает относительный вклад скоростей продольных и поперечных волн в изменение амплитуды и выражается следующим образом:

$$\alpha = \arctg \left(\frac{\partial \xi / \partial K_{c_2}}{\partial \xi / \partial K_{c_1}} \right) = \arctg \left(\frac{C_2}{C_1} \right)$$

В областях, превышающих по модулю значение $\pi/4$ преобладает вклад K_{c_1} , в противоположном случае – K_{c_2} . При положительном значении угла вклад обоих скоростей имеет одинаковый знак, а при отрицательном – различный.

Угол β является углом между горизонтальной плоскостью и плоскостью W_a и демонстрирует величину изменения амплитуды и выражается как:

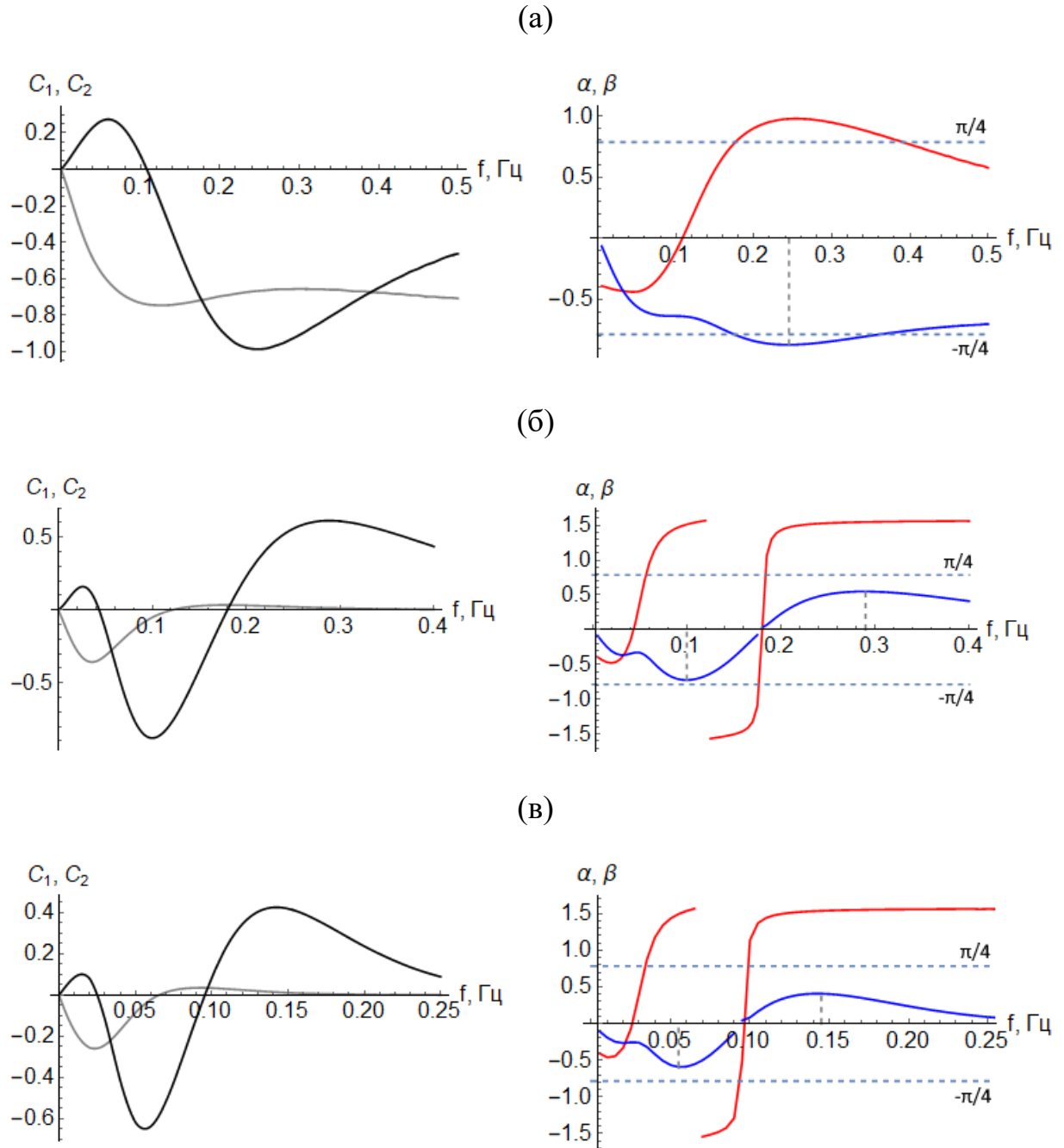
$$\beta = \arccos \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (\partial W_a / \partial K_{c_1})^2 + (\partial W_a / \partial K_{c_2})^2}} \right)$$

Или

$$\beta = \begin{cases} \arccos \left(\frac{1}{\sqrt{1 + C_1^2 + C_2^2}} \right), C_1 + C_2 \geq 0 \\ -\arccos \left(\frac{1}{\sqrt{1 + C_1^2 + C_2^2}} \right), C_1 + C_2 < 0 \end{cases}$$

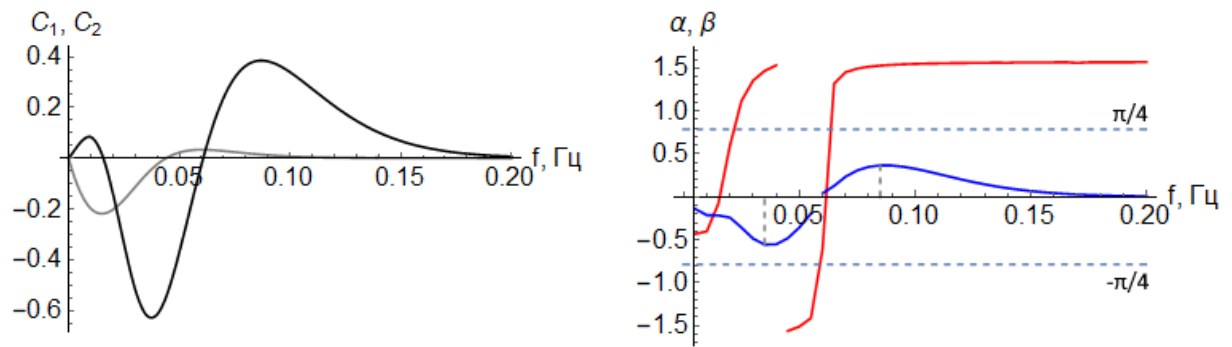
При положительном значении β амплитуда увеличивается при увеличении K_{c_l} и K_{c_t} , а при отрицательном – уменьшается.

Рассмотрим зависимости α и β , а также коэффициентов аппроксимации C_1 и C_2 от частоты (рис. 4.4).

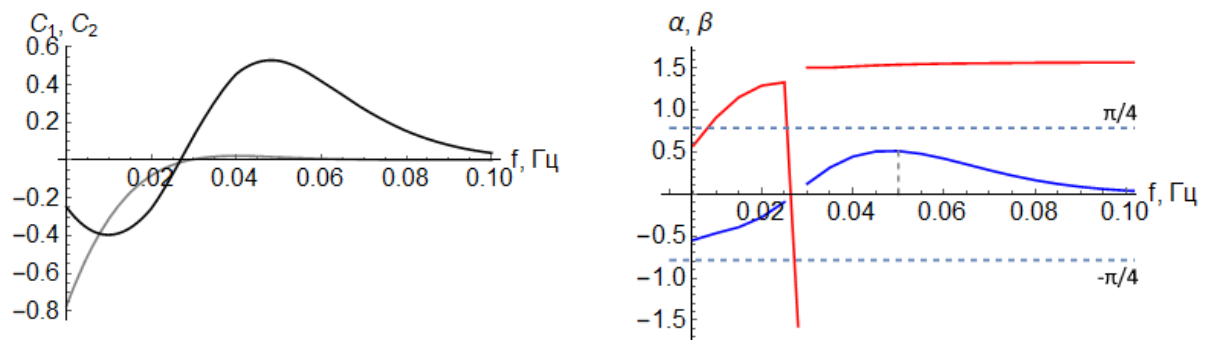


(рис. 4.4. часть 1)

(г)



(д)



(рис. 4.4. часть 2)

Рис. 4.4. Слева зависимость коэффициентов аппроксимации C_2 (черная линия) и C_1 (серая линия); справа зависимость угла α (красная линия) и угла β (синяя линия) при изменении параметров первого (а), второго (б), третьего (в), четвертого (г), пятого (д) слоя; синяя пунктирная линия – значение $\pm\pi/4$; серая пунктирная линия – обозначение доминантных частот

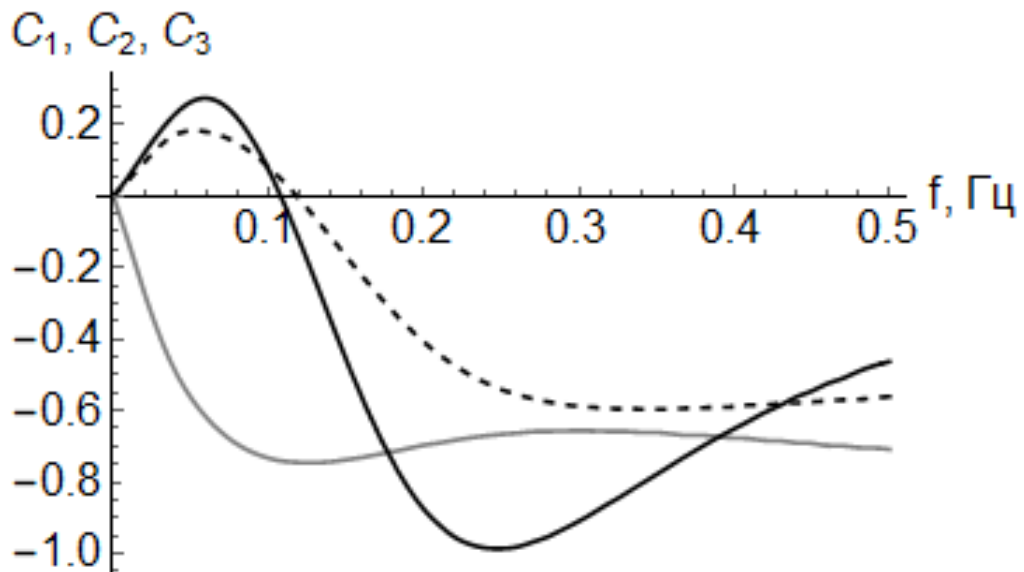
Таблица 4.5. Доминантные частоты при изменении параметров отдельных слоев

Номер слоя	Характерная доминантная частота, Гц	
	Низкая	Высокая
1	0.245	-
2	0.1	0.29
3	0.055	0.145
4	0.035	0.085
5	-	0.05

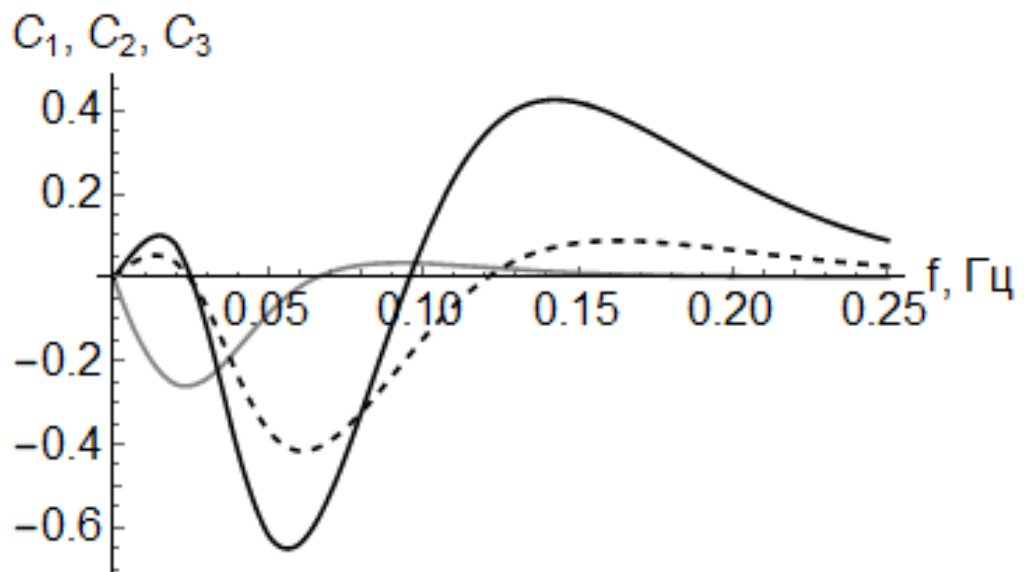
Рис. 4.4 демонстрирует, что в зависимости от частоты наблюдается довольно сложная картина относительных вкладов скоростей упругих волн в изменение амплитуды. На разных частотах может доминировать как вклад K_{c_1} , так и вклад K_{c_2} , при этом случаи второго, третьего и четвертого слоя схожи между собой и отличаются от случая первого и пятого слоя, что будет обсуждаться далее. Это также подтверждает, что трехслойную систему можно считать универсальной и использовать эту модель для исследования основных закономерностей в многослойных системах. Однако общая тенденция такова, что на низких частотах в основном преобладает вклад K_{c_1} , а на высоких K_{c_2} , исключение же составляет только случай первого слоя, что понятно, поскольку на высоких частотах система становится эквивалентна однородному полупространству. Также можно заметить, что у угла β наблюдаются экстремумы, указывающие на наиболее сильное изменение амплитуды и на соответствующие доминантные частоты (табл. 4.5). Отметим, что эти частоты являются некоторыми характерными величинами, поскольку следуют из зависимости угла наклона плоскости, а не строгой зависимости амплитуды на поверхности от частоты как на рис.4.2 и рис 4.3, однако можно заметить, что по значению они довольно близки с таковыми на рис. 4.3, что указывает на корректность такого описания. Для первого и пятого слоя наблюдается только один экстремум, в то время как для промежуточных слоев – два. Далее будет рассмотрена причина такого поведения. Кроме того, отметим, что рисунки справа имеют разрывы. У угла α он связан с тем, что $\partial \xi / \partial K_{c_1} = 0$ для этой частоты, а область разрыва для угла β , в свою очередь, означает, что функция не принимает значение равное нулю (а лишь приближается к нему), поскольку такая ситуация возможна, когда и $\partial W_a / \partial K_{c_1} = 0$, и $\partial W_a / \partial K_{c_2} = 0$, но для рассматриваемых случаев этого не возникает, что демонстрируют рисунки слева. Иными словами, в этой области угол β испытывает скачок, связанный со сменой тенденции изменения амплитуды.

Аналогичные построения можно привести при изменении не только скоростей упругих волн, но также и плотности. В таком случае аппроксимирующая плоскость будет функцией трех переменных вида: $W_a = W_0 - \xi$ ($\xi = C_1 K_q + C_2 K_c + C_3 K_\rho$). Здесь коэффициент C_3 характеризует чувствительность волны к изменению плотности. Зависимости коэффициентов C_1 , C_2 и C_3 от частоты представлены на рис. 4.5.

(a)

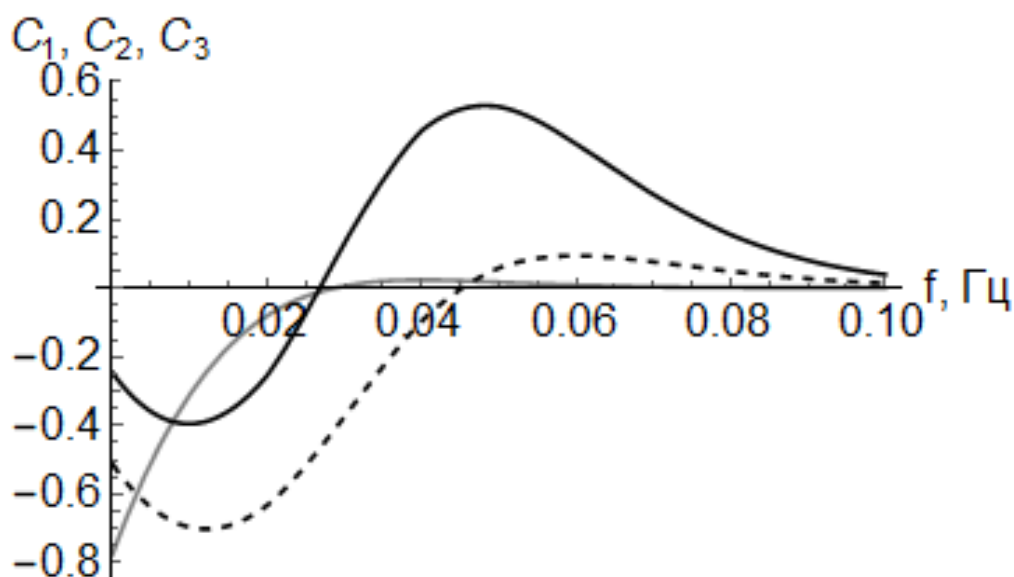


(б)



(рис. 4.5. часть 1)

(в)



(рис. 4.5. часть 2)

Рис. 4.5. Зависимость коэффициентов аппроксимации C_3 (черная пунктирная линия), C_2 (черная линия) и C_1 (серая линия) от частоты при изменении параметров в первой (а), третьем (б) и пятом (в) слое

Из рис. 4.5. следует, что вклад изменения плотности в изменение амплитуды является сопоставимым по величине с вкладом скоростей упругих волн. Отсюда следует, что для наиболее точной интерпретации, вклад этой величины также нельзя игнорировать. Кроме того, известно [141], что чувствительность скорости ПАВ к плотности существенно ниже, чем к скоростям упругих волн, в то время как чувствительность амплитуды к этой величине оказывается сопоставимой со скоростями, что открывает дополнительные возможности для амплитудных методов по сравнению со скоростными [237].

Отдельный интерес представляет частный случай фиксированного коэффициента Пуассона, поскольку в ранее проведенных исследованиях, основанных на численном моделировании [210], основное внимание было уделено именно этому случаю. Такой переход можно осуществить путем совместного изменения K_{c_l} и K_{c_t} . При этом функция $W_a = W_0 - \xi$ ($\xi = C_1 K_{c_l} + C_2 K_{c_t}$) станет

зависимой только от одной переменной: $W_a = W_0 - CK_{c_l}$. Для единообразия будем описывать зависимость этой функции от частоты через изменение угла между прямой W_a и осью K_{c_l} , который выражается как $\beta = \arctg\left(\frac{\partial W_a}{\partial K_{c_l}}\right)$. Для сравнения ситуаций независимого и совместного изменения K_{c_l} и K_{c_t} необходимо рассмотреть зависимости этой величины от частоты (рис. 4.6).

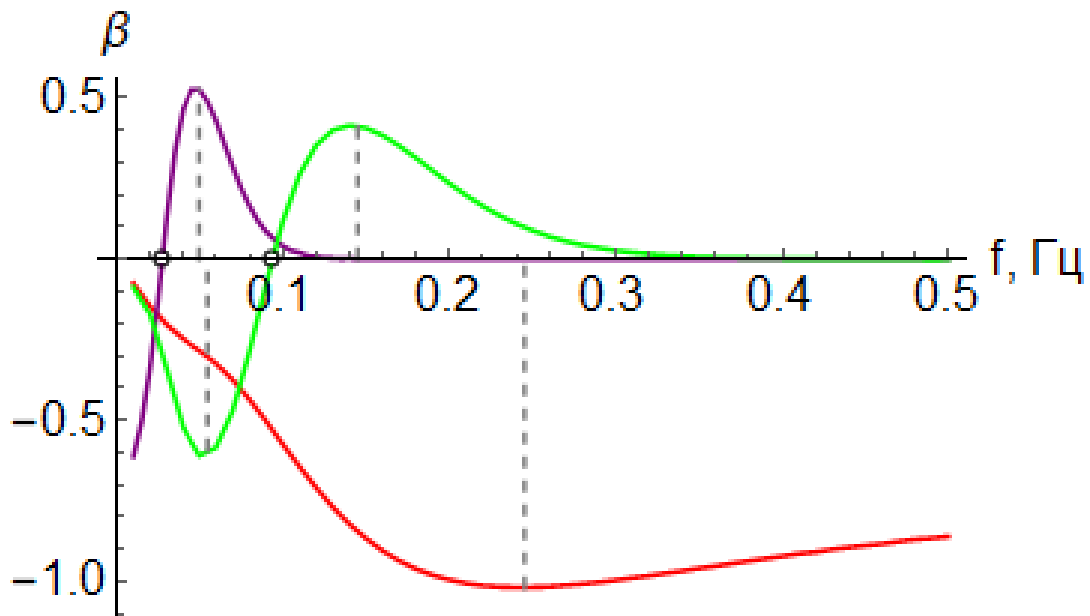


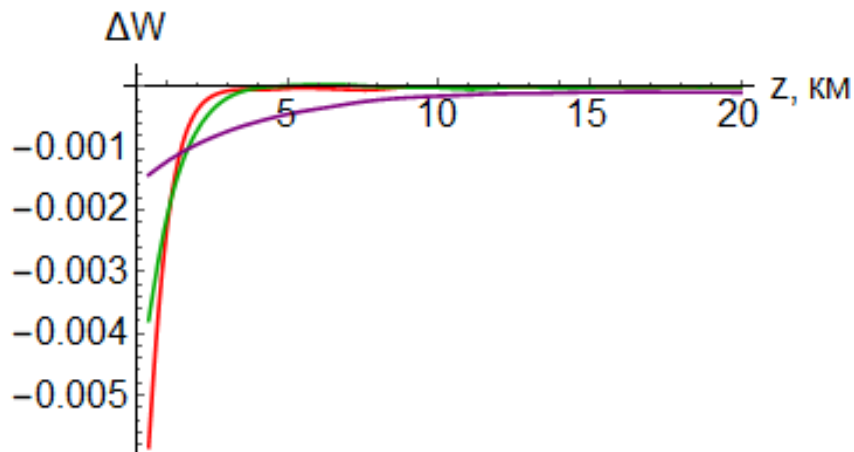
Рис. 4.6. Зависимость угла между прямой W_a и осью K_{c_l} от частоты при изменении параметров первого (красная линия), третьего (зеленая линия) и пятого (фиолетовая линия) слоя; серая пунктирная линия – обозначение доминантных частот

Можно заметить, что зависимости на рис. 4.6 и рис. 4.4 ожидаемо, схожи, поскольку общий механизм остается прежним. Как и прежде, на определенной частоте амплитуда уменьшается с увеличением скоростей упругих волн в аномалии, хотя и наблюдаются случаи с противоположной тенденцией. Однако важно понимать, что при ограничении на фиксированное значение коэффициента Пуассона не представляется возможным определить какой из упругих параметров вносит определяющий вклад, хотя это напрямую влияет на интерпретацию

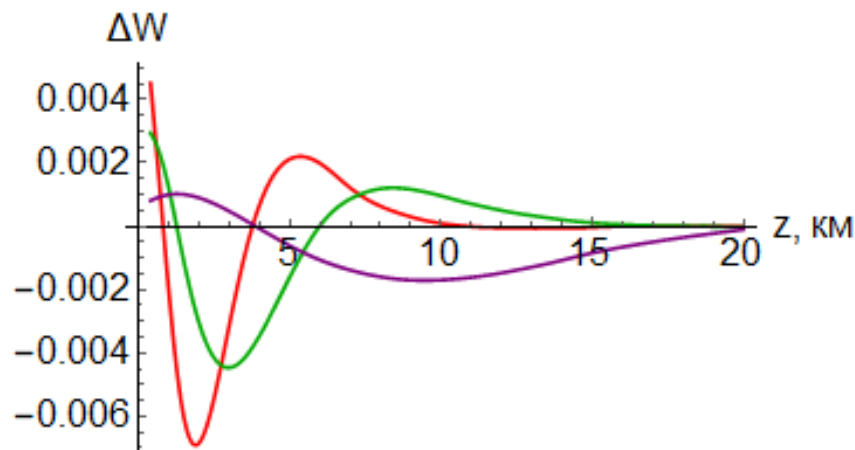
результатов. Выколотые точки соответствуют той же ситуации разрыва для угла β , что и на рис. 4.6.

Отметим, что в литературе [241] для практических приложений также используется иное описание чувствительности свойств ПАВ к изменению параметров среды: исследуемая среда до заданной глубины разделяется на большое число тонких слоев (в данном случае 50) и в каждый из них добавляется малое возмущение параметра системы (в случае скоростей упругих волн оно полагалось равным 100 м/с, в случае плотности – 100 кг/м³). Затем строятся зависимости относительного изменения амплитуды на поверхности между возмущенной и невозмущенной средой от глубины.

(a)

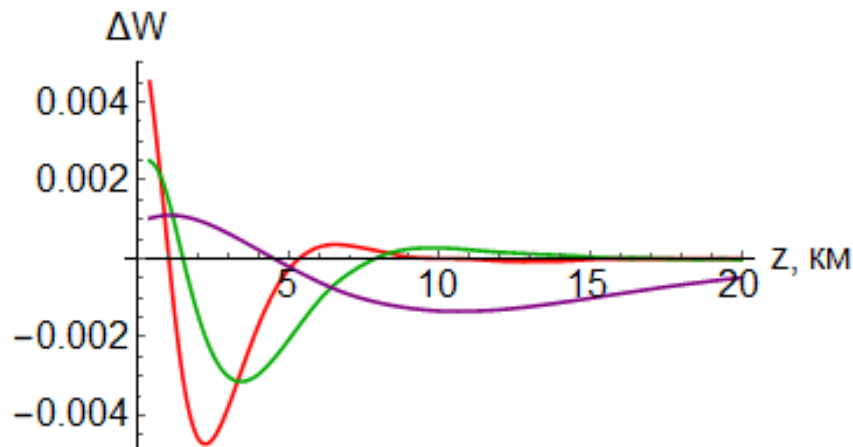


(б)



(рис. 4.7. часть 1)

(в)



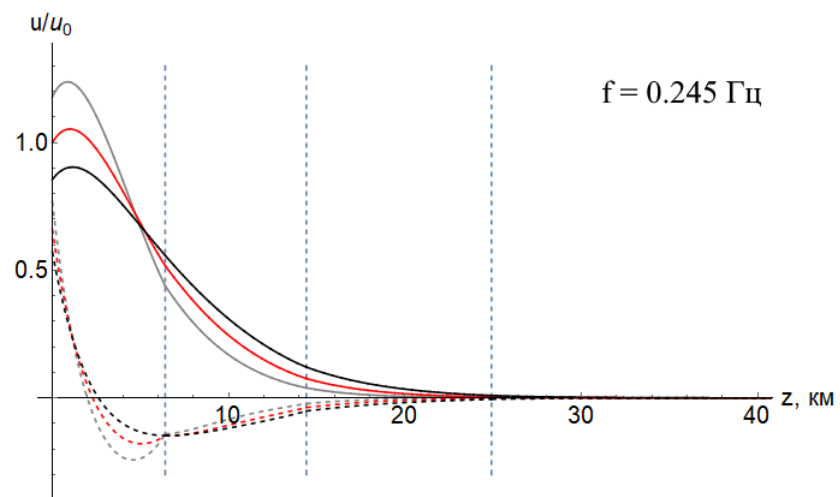
(рис. 4.7. часть 2)

Рис. 4.7. Чувствительность относительной амплитуды вертикальной компоненты ПАВ к изменению скорости продольных волн (а), скорости поперечных волн (б) и плотности (в) с глубиной относительно базовой модели среды; частота зондируемой волны указана цветом: красная линия – 0.5 Гц, зеленая – 0.3 Гц, фиолетовая – 0.1 Гц

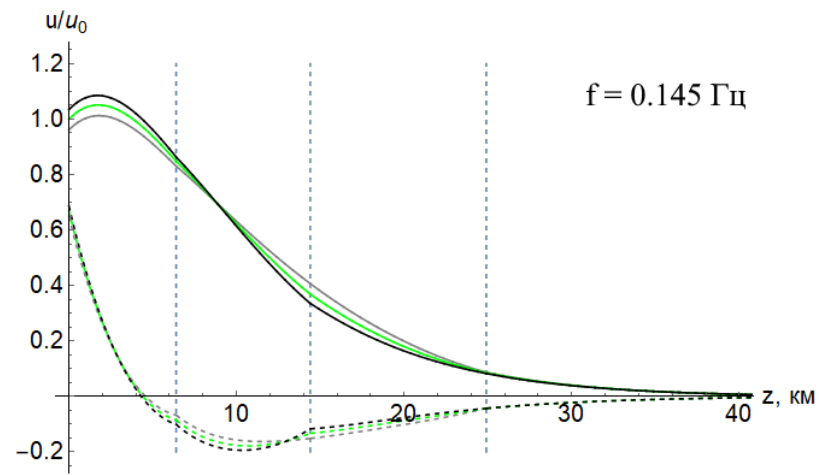
Рис. 4.7. подтверждает результаты, полученные ранее. Чувствительность амплитуды к изменению параметров среды имеет существенно нелинейный вид, при этом увеличение параметров может приводить как к увеличению, так и уменьшению амплитуды. Чувствительность волны к изменению плотности сопоставима по величине с чувствительностью к изменению скоростей упругих волн.

Для описания причины изменения амплитуды на поверхности, рассмотрим поведения вертикальных профилей поверхностной волны на доминантных частотах для верхнего, среднего и нижнего (полупространства) слоя при изменении их упругих параметров (рис. 4.7). Рассматриваются только три слоя, исходя из выявленного подобия поведения амплитуды на поверхности при изменении свойств промежуточных слоев).

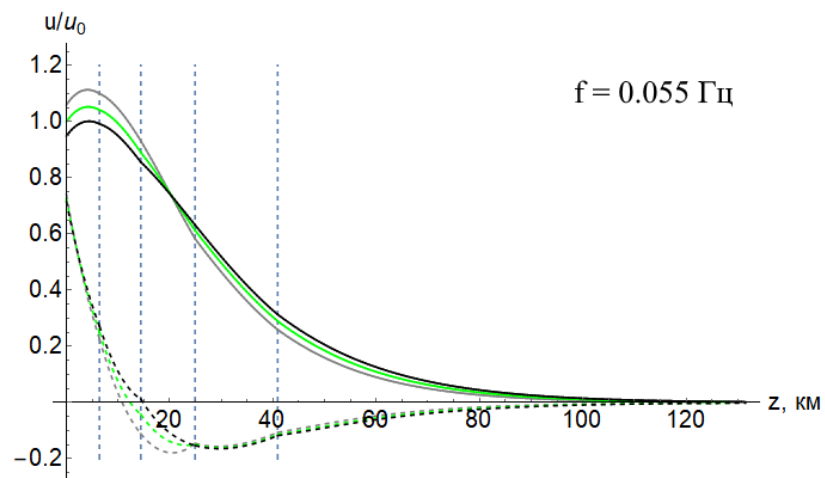
(a)



(б)

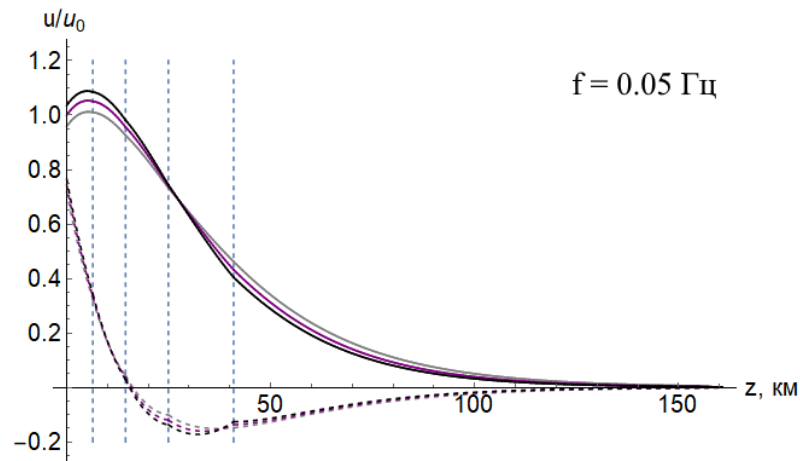


(в)



(рис. 4.8. часть 1)

(Г)



(рис. 4.8. часть 2)

Рис. 4.8. Профили вертикальной (сплошная линия) и горизонтальной (пунктирная линия) компонент смещений на доминантных частотах для первого ($f=0.245$ Гц) (а), третьего на высокой доминантной частоте ($f=0.145$ Гц) (б), третьего на низкой доминантной частоте ($f=0.055$ Гц) (в) и пятого ($f=0.05$ Гц) (г) слоя; цветная линия – опорная среда, черная – возмущённая среда при увеличении на 10% скоростей упругих волн в зондируемом слое, серая – возмущённая среда при уменьшении на 10% скоростей упругих волн в зондируемом слое; синий пунктир – границы слоев; u_0 - нормировочное значение такое, чтобы амплитуда вертикальной компоненты ПАВ на поверхности в опорной среде была равна 1

Поясним на примере третьего слоя что, исходя из таблицы 8, для серой линии $K_c^{(1,3)} = 1.1$, т.е. $c_l = 6799.1$ м/с, $c_t = 3813.7$ м/с; для цветной $K_c^{(1,3)} = 1.2$, т.е. $c_l = 7417.2$ м/с, $c_t = 4160.4$ м/с; для черной $K_c^{(1,3)} = 1.3$, т.е. $c_l = 8035.3$ м/с, $c_t = 4507.1$ м/с. Для остальных слоев аналогично.

Рис. 4.8 демонстрирует, что изменение амплитуды на поверхности связано с перераспределением энергии в профиле волны. При зондировании верхнего и среднего слоя при, скажем, увеличении скоростей упругих волн в них амплитуда ниже этих слоев локально увеличивается, а на поверхности – уменьшается. Для

нижнего слоя ситуация иная: при увеличении скоростей упругих волн амплитуда в нем уменьшается, а на поверхности, соответственно, увеличивается.

Напомним, что для верхнего и нижнего слоя наблюдается лишь одна доминантная частота, а для промежуточных – две, причем изменение амплитуды на этих частотах противоположное. Проиллюстрировать причину такого поведения можно из следующих соображений: для верхнего и нижнего слоя, как следует из рис. 4.8, изменения параметров зондируемого слоя, приводит к изменению амплитуды на глубине и к соответствующему изменению амплитуды на поверхности. Для среднего слоя для более длинной зондирующей волны ситуация аналогичная случаю первого слоя, а для более короткой волны, которая воспринимается третий слой эффективно как полупространство, ситуация аналогична случаю пятого слоя. Таким образом, доминантные частоты при изменении параметров верхнего и нижнего слоя представляют собой предельные случаи доминантных частот промежуточных слоев при стремлении упругих свойств промежуточного слоя к свойствам верхнего и нижнего слоя соответственно.

4.3. Заключение к главе 4

На основе модели плавного перехода проанализирована чувствительность амплитуды поверхностной волны к изменению скоростей продольных и поперечных волн, а также плотности в многослойной системе и получены следующие результаты:

1. На примере однослойной системы продемонстрирован подход к анализу чувствительности амплитуды на поверхности к изменению скоростей упругих волн в среде.
2. Значение доминантной длины волны для многослойной системы существенно изменяется в зависимости от упругих параметров, что напрямую влияет на точность определения глубины залегания неоднородности по этой величине.

3. Хотя ММЗ не чувствителен к слоистой структуре фоновой среды, ее свойства влияют на результирующие зависимости относительной амплитуды на поверхности от частоты.
4. На доминантной частоте, принятой в ММЗ, наибольший вклад в изменение амплитуды вносит изменение скорости поперечных волн, в то время как на некоторых других частотах вклад скорости продольных волн и плотности нельзя игнорировать, в отличие от фазовой скорости ПАВ.
5. Наличие второй доминантной частоты, на которой наблюдается обратный относительно ММЗ эффект важно учитывать при интерпретации результатов для исключения выявления ложных аномалий.
6. В случае постоянного коэффициента Пуассона продемонстрирован механизм изменения амплитуды на поверхности на основе анализа профиля поверхностной волны.

Исходя из полученных результатов, можно заключить, что интерпретация данных ММЗ на основе коэффициента глубинной привязки и ограничение на постоянное значение коэффициента Пуассона может существенно влиять на итоговые результаты [218, 219], поэтому для большей корректности и повышения точности обработки данных необходима процедура инверсии. Это дополнительно обуславливает факт зависимости относительной амплитуды от вида фоновой (опорной) среды.

Таким образом, обосновывается **второе защищаемое положение:**

Не существует единого доминирующего параметра среды, влияющего на преобладающее изменение амплитуды поверхностной акустической волны на свободной границе: вклад изменения скоростей упругих волн и плотности сопоставим по величине и имеет существенно нелинейный вид.

ГЛАВА 5. ПРЯМАЯ ЗАДАЧА МИКРОСЕЙСМИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Исследовав область применимости предлагаемой математической модели, а также проанализировав на ее основе свойства ПАВ в многослойной среде, усложним систему и рассмотрим среду с произвольным распределением параметров в пространстве для обеспечения возможности получения синтетических данных ММЗ.

Для определения зависимости относительной амплитуды (квадрат которой соответствует интенсивности) вертикальной компоненты смещений на поверхности среды W от длины зондирующей волны и горизонтальной координаты выполним следующее:

- 1) разделим сложнопостроенное полупространство на набор отдельных плоскостойких сред (в дальнейшем именуемых зонами) для возможности применения аналитического подхода;
- 2) рассчитаем относительные интенсивности вертикальных компонент ПАВ для каждой из полученных зон;
- 3) проведем постобработку для наилучшего соответствия с результатом численного моделирования, принимаемого за точное решение;
- 4) проверим сходимость аналитического решения.

5.1. Параметризация модели произвольно неоднородной среды

Рассмотрим слоистое упругое полупространство с локальной неоднородностью (рис. 5.1). Распределение упругих параметров может быть произвольным, однако для применимости используемого в работе подхода требуется нормальный характер дисперсии ПАВ, а для удобства пусть плотность и скорости распространения продольных и поперечных волн имеют подобное распределение. Ось z направлена вниз, вдоль свободной границы в положительном направлении оси x распространяется плоская ПАВ. В качестве меры расстояния

введена величина $\sigma = 28177$ м, равная длине ПАВ на частоте 0.1 Гц для фоновой среды, т.е. при отсутствии неоднородности.

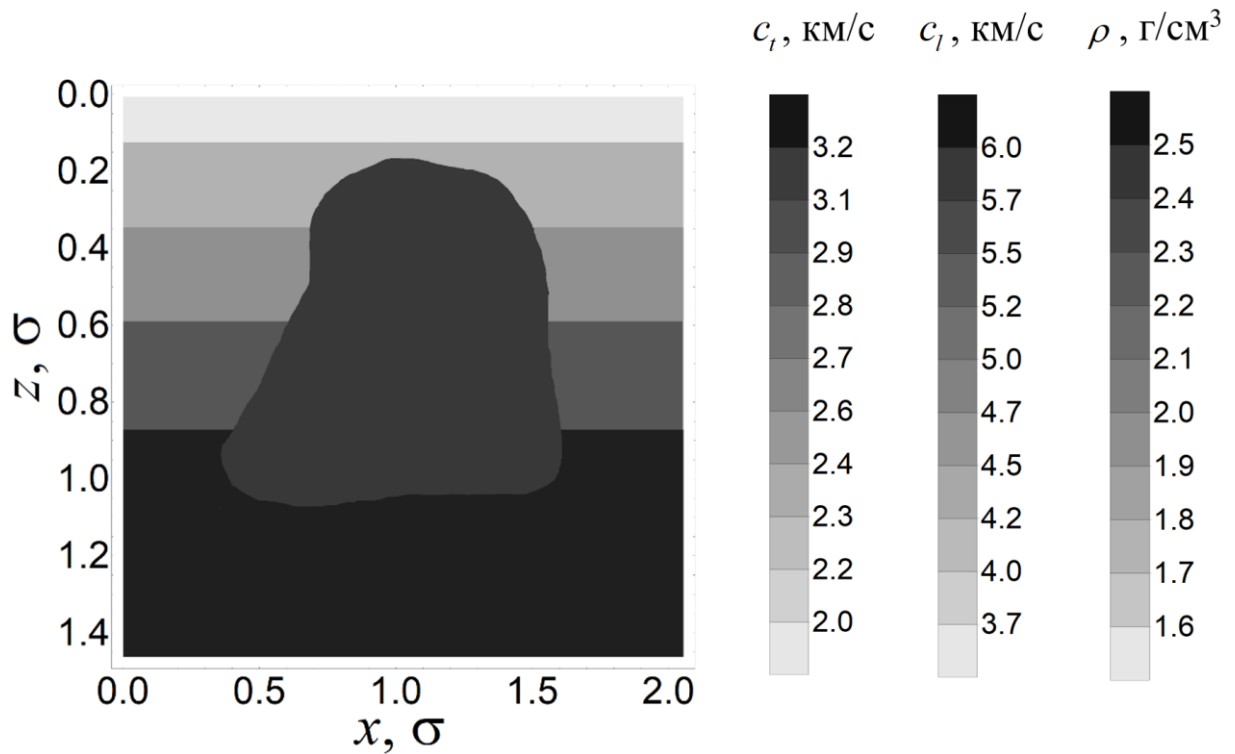


Рис. 5.1. Пространственное распределение физических параметров среды

Поскольку точного аналитического решения задачи распространения ПАВ через неоднородную среду с произвольным распределением упругих параметров в пространстве на данный момент нет, то, как было отмечено выше, для возможности его получения необходимо разделить исходную модель на набор плоскостойких зон, для которых существуют аналитические решения, т.е. провести параметризацию среды.

Для начала необходимо разделить систему по горизонтали на M зон шириной L . Их количество на практике проведения полевых работ задается числом пунктов наблюдения.

Для параметризации по вертикали воспользуемся дисперсионной кривой ПАВ. Для ее получения исходная неоднородная среда разделяется на заведомо большое (например, $N=500$) количество одинаковых тонких слоев и упругие параметры усредняются в рамках каждого слоя, что позволяет получить

характерную для всей среды дисперсионную кривую (зависимость фазовой скорости c от частоты f) (рис. 5.2), которая используется для конкретного варианта параметризации.

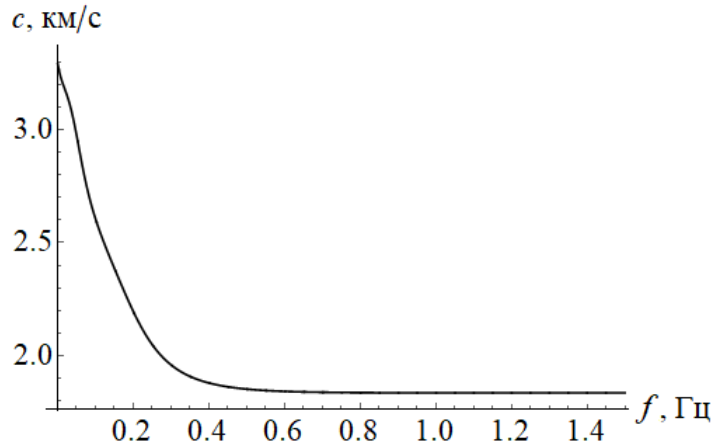


Рис. 5.2. Характерная дисперсионная кривая для рассматриваемой среды

Отклик ПАВ на заглубленные включения определяется двумя факторами: чувствительностью к малым локальным изменениям параметров по глубине, подробно рассмотренной в главе 4, и разрешающей способностью по вертикали [210]. Оба этих фактора являются функциями длины зондирующей волны, но конкретный вид этих зависимостей для разных конфигураций среды будет отличаться. Однако оценки [210] демонстрируют, что коэффициент глубинной привязки K (отношение глубины залегания включения к длине зондирующей волны), характеризующий чувствительностью амплитуды ПАВ, составляет от 0.25 до 0.5. Разрешающая способность R (отношение размера включения к длине зондирующей волны) по оценкам [210] составляет около 0.3-0.5, а в некоторых случаях может достигать значения 0.1 [238].

Введем следующие обозначения $z_j^{(c)} = K\lambda_j$ – координата середины j -го слоя; $H_j = R\lambda_j$ – мощность j -го слоя; $\Gamma = z_j^{(c)} / H_j = K\lambda_j / R\lambda_j = K/R$ – параметр, определяющий соотношение между мощностью и глубиной залегания j -го слоя, и, при заданных K и R , является константой. Заметим, что для первого слоя, очевидно, Γ всегда равно 0.5.

Пусть имеются данные на наборе частот f_k , где k принимает значения от 1 до некоторого Σ , при этом f_1 – максимальная частота, регистрируемая датчиками. Соответствующую минимальную толщину верхнего слоя можно определить как $H_1 = R\lambda_1 = Rc(f_1)/f_1$. Заметим, что сумма мощностей слоев ограничена значением максимальной длины волны (минимальной частоты f_Σ), регистрируемой датчиками. Эту величину обозначим как Σ_H . Поскольку полагается, что мощность слоев не убывает с глубиной, то можно определить, максимальное количество слоев, на которое возможно разделить неоднородность для всех описываемых ниже вариантов составляет $N_{\max} = \Sigma_H / H_1$.

Зная H_1 и налагая условие $\Gamma = \text{const} > 0.5$, (поскольку можно строго показать, что при $\Gamma = 0.5$ H_2 стремится к бесконечности) удастся построить соответствующую последовательность H_j , которая, строго говоря, может быть продолжена до бесконечности. Однако, поскольку максимальный горизонт зондирования ограничен и равен Σ_H , то разбиение среды на слои стоит остановить, когда $\sum_j H_j \geq \Sigma_H$. Соответственно, максимальное j , при котором $\sum_j H_j \leq \Sigma_H$, задает количество слоев, на которое возможно разделить среду, при заданных H_1 , Σ_H и Γ . Для удобства назовем данный вариант параметризации «оптимальной прогрессией».

Рассмотрим получаемые профили мощностей слоев для оптимальной прогрессии для различных Γ и H_1 (рис. 5.3). При уменьшении Γ количество слоев при делении среды уменьшается, а при уменьшении мощности верхнего слоя естественным образом увеличивается количество слоев.

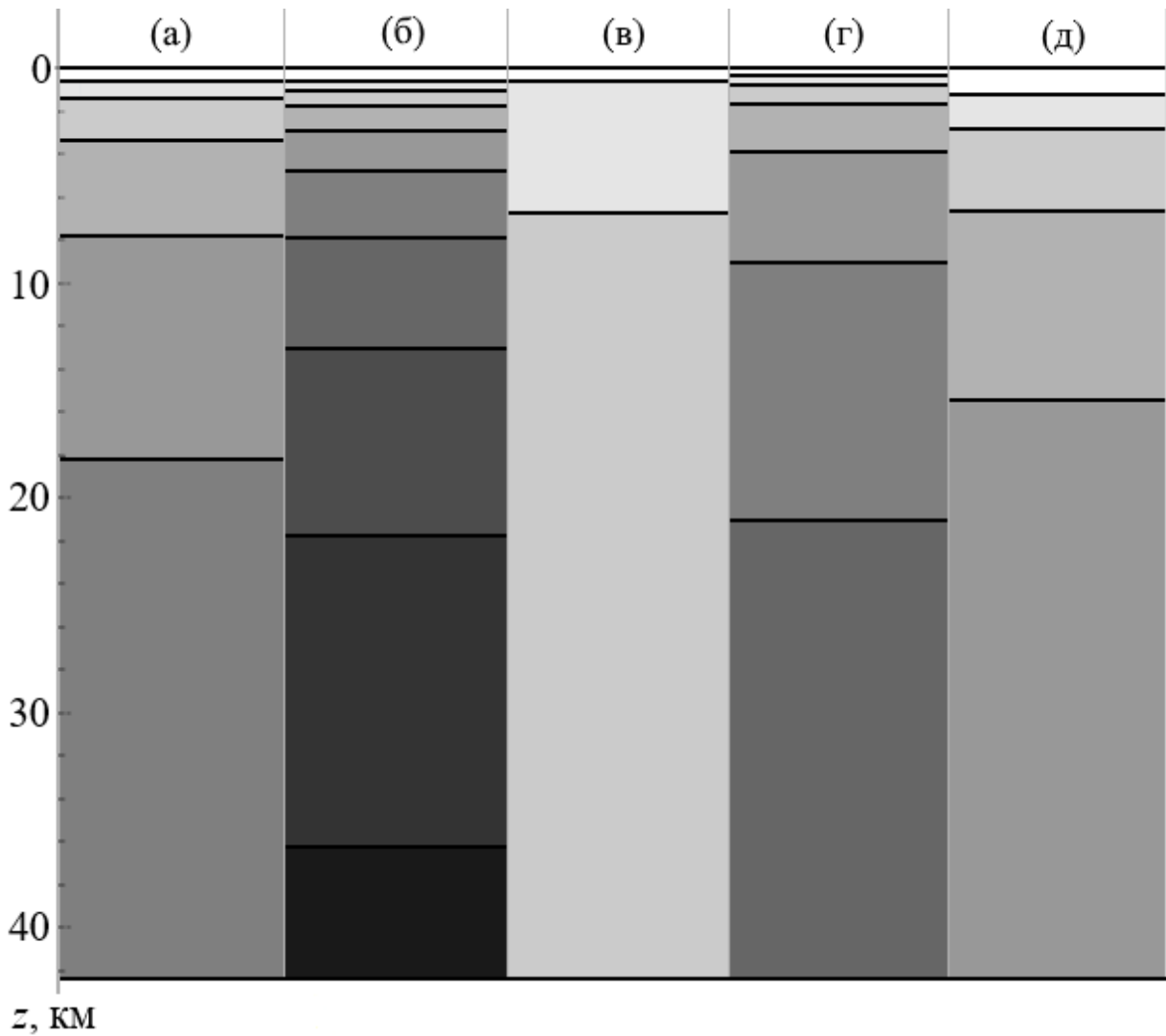


Рис. 5.3. Параметризация по вертикали для оптимальной прогрессии при $H_1 = 0.6$ км, $\Gamma = 1.25$ (6 слоев) (а), $H_1 = 0.6$ км, $\Gamma = 2$ (10 слоев) (б), $H_1 = 0.6$ км, $\Gamma = 0.6$ (3 слоя) (в), $H = 0.3$ км, $\Gamma = 1.25$ (7 слоев) (г) $H = 1.2$ км, $\Gamma = 1.25$ (5 слоев) (д); $\Sigma_H = 42$ км; цвет условно обозначает номер слоя

Заметим, что, хотя мы и называем этот вид прогрессии «оптимальным», он не обязательно приводит к наилучшему результату, поскольку, во-первых, значения коэффициентов K и R могут существенно меняться в зависимости от среды, а, во-вторых, фиксируется количество слоев. Иными словами, этот вариант параметризации удобен в ситуации экономии вычислительных мощностей. При избытке ресурсов имеет смысл разделять систему на большее число слоев, что можно сделать различными способами. Рассмотрим далее несколько из них.

Наиболее очевидными вариантами, которые позволяют задать желаемое количество слоев и при этом удовлетворяют условию увеличения мощности слоев с глубиной являются геометрическая и арифметическая прогрессии. Для первого случая параметр q прогрессии при заданном $N \leq N_{\max}$ будет определяться из следующего уравнения $\Sigma_H = H_1(q^N - 1)/(q - 1)$, а соответствующие мощности слоев как $H_j = H_1 q^{j-1}$. Для второго параметр d прогрессии будет определяться из уравнения $\Sigma_H = N(2H_1 + d(N - 1))/2$, а соответствующие мощности слоев как $H_j = H_1 + d(j - 1)$.

Еще одним вариантом является такое изменение мощностей слоев с глубиной $H_j = R\lambda_j = Rc(f_j)/f_j$, которое соответствует характерной дисперсионной кривой. При заданном таким образом законе изменения мощности слоев с глубиной и общей мощности неоднородности существует единственный способ уместить заданное количество слоев $N \leq N_{\max}$ при постоянном шаге по частоте df (который и будет определять закон изменения мощности слоев с глубиной) и при таком условии будет определяться из следующего уравнения:

$$\sum_{j=0}^{N-1} \frac{Rc(f_j)}{(f_1 - jdf)} = \Sigma_H.$$

Назовем данный вариант параметризации «квазигиперболической прогрессией», а для определенности положим в рассматриваемой задаче $f_1 = 1$ Гц, $f_\Sigma = 0.02$ Гц, а $R = 0.5$.

Теперь сравним получаемые параметризации по вертикали для рассмотренных выше вариантов (рис. 5.4)

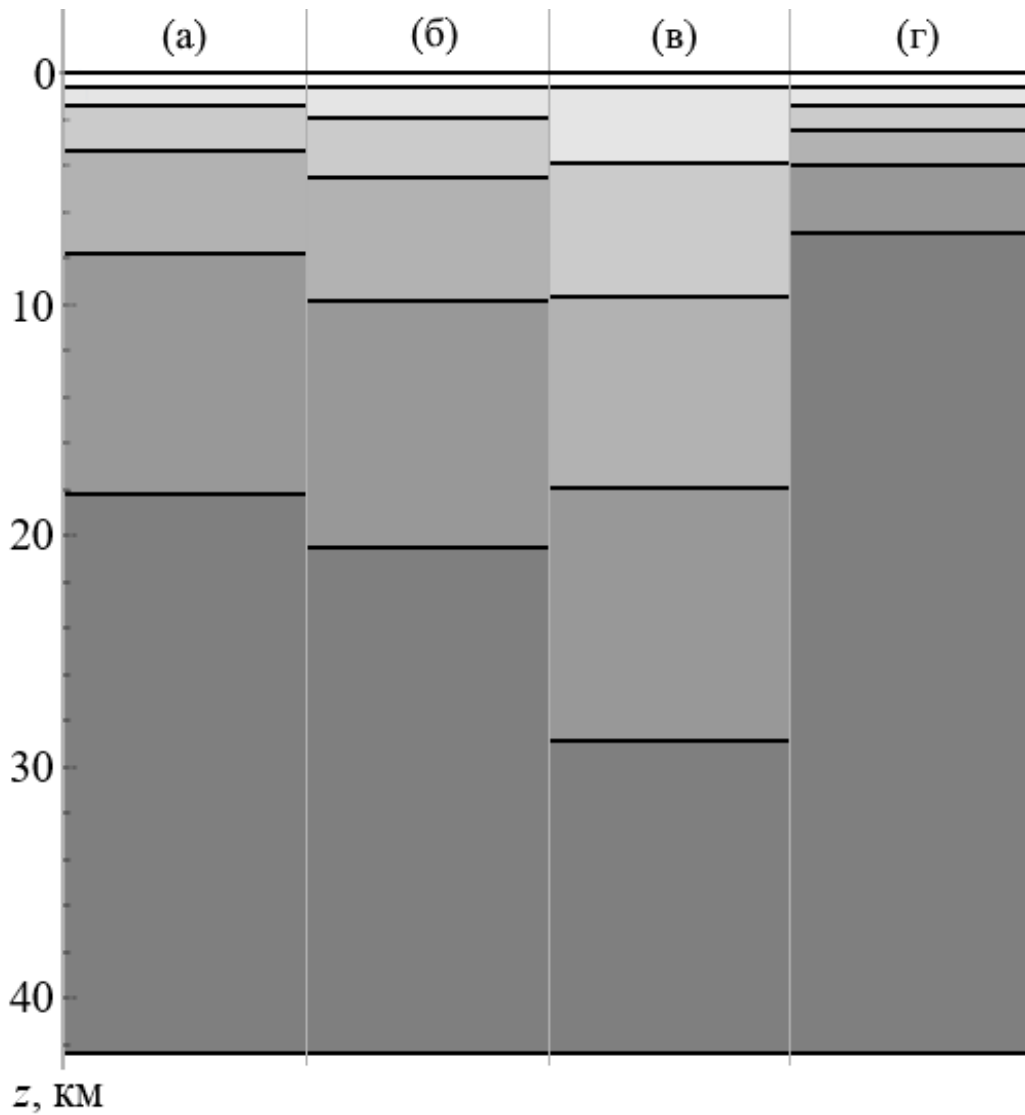


Рис. 5.4. Параметризация по вертикали для оптимальной (а), геометрической (б), арифметической (в) и квазигиперболической (г) прогрессии; $N = 6$, $\Gamma = 1.25$, $H_1 = 0.6$ км, $\Sigma_H = 42$ км; цвет условно обозначает номер слоя

Рис. 5.4 демонстрирует, что получаемые результаты параметризации существенно отличаются от выбранного типа прогрессии. Так, мощности промежуточных слоев для арифметической прогрессии слабо отличаются друг от друга. Для квазигиперболической прогрессии наиболее тонкие слои сосредоточены ближе к поверхности, а оптимальная и геометрическая прогрессии оказываются схожи.

Кроме того, интерес представляют зависимости Γ от номера слоя для разных вариантов прогрессий (рис. 5.5).

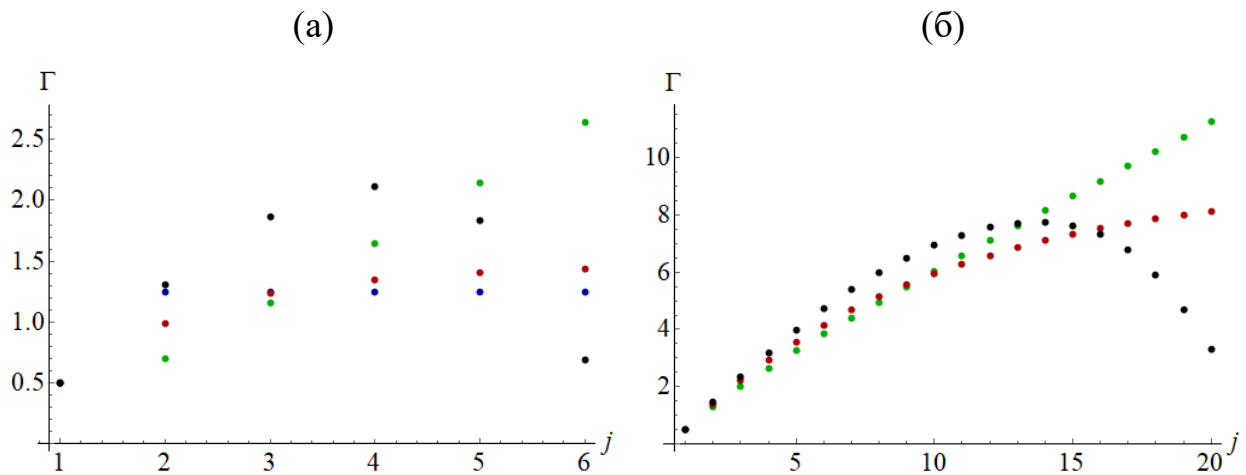


Рис. 5.5. Зависимость Γ от номера слоя при $N=6$ (а) и $N=20$ (б); синие точки – оптимальная прогрессия, красные – геометрическая, зеленые – арифметическая, черные – квазигиперболическая

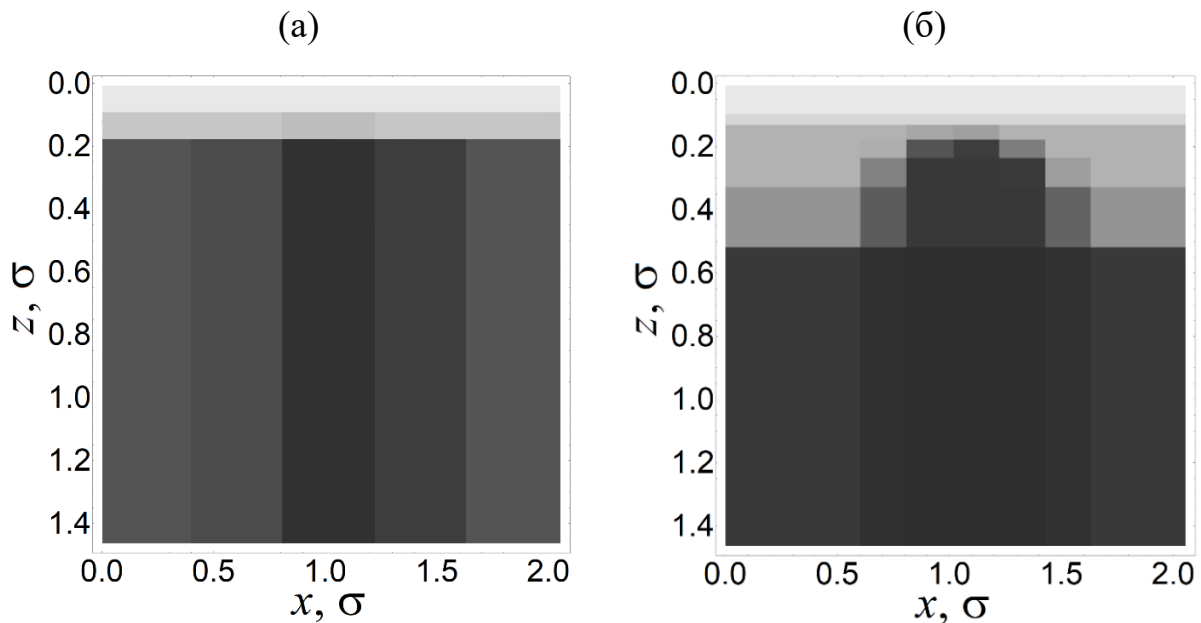
Рис. 5.5а демонстрирует, что для геометрической и арифметической прогрессии Γ увеличивается с увеличением j . Для оптимальной прогрессии она, по построению, является постоянной величиной, а для квазигиперболической данная зависимость имеет экстремум, после которого Γ уменьшается при увеличении j . Чем ближе значение Γ к константе, тем согласованнее ведут себя разрешающая способность и глубина зондирования, однако при «оптимальной» прогрессии, когда Γ задается постоянной, отсутствует возможность увеличения числа слоев, что ожидаемо должно приводить к повышению точности итогового результата. При других же зависимостях эта возможность появляется (рис. 5.5б), однако за счет переменного характера Γ .

Таким образом, различные варианты вертикальной параметризации могут существенно отличаться друг от друга и окончательный выбор между ними должен основываться на том, какой из вариантов дает наиболее точное решение и/или наименее требователен к вычислительным ресурсам, что определяется конкретной практической задачей. В дальнейшем, для получения решения прямой задачи микросейсмического зондирования будет использоваться квазигиперболическая прогрессия, поскольку она, с одной стороны, основывается на дисперсионных

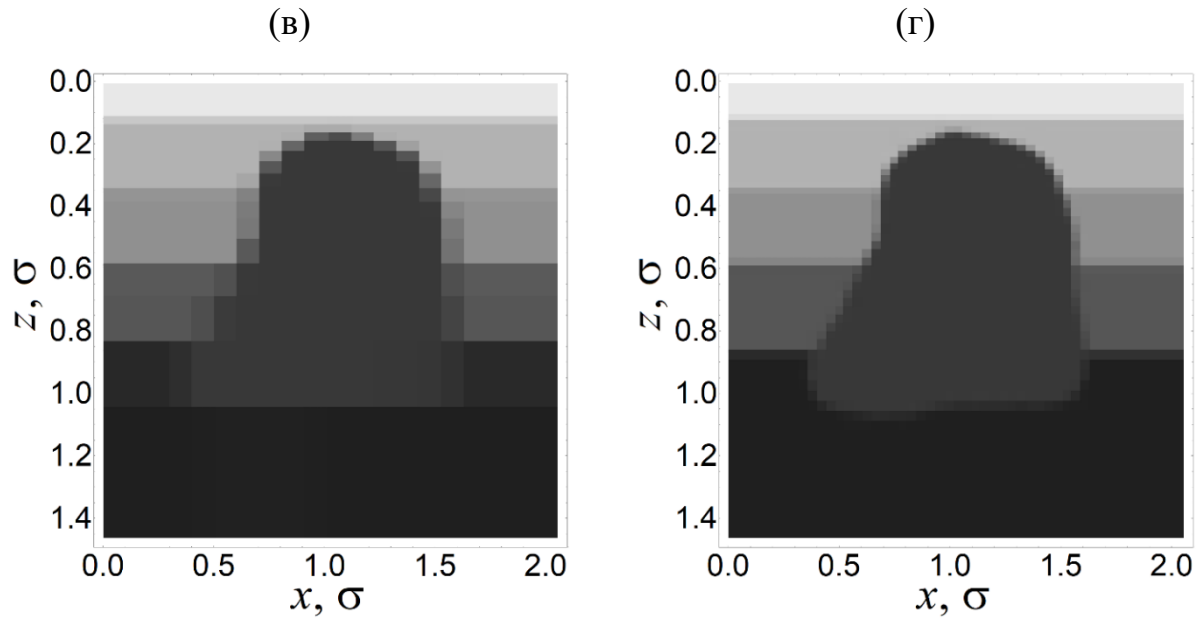
свойствах ПАВ, а с другой - позволяет задавать желаемое количество слоев и тем самым получать наиболее точный результат.

Рассмотрим влияние размерности параметризации на результат расчета пространственного распределения относительной интенсивности ПАВ. Напомним, что M – число вертикальных зон, на которые разделяется исходная модель среды. Строго говоря, число слоев N , на которые разделяются зоны может выбираться независимо от M , но для удобства и компактности рассмотрения положим, что $N=M$, поэтому далее для краткости степень параметризации будем описывать единым параметром M .

В результате параметризации исходная среда разделяется на прямоугольные ячейки равных горизонтальных размеров, а вертикальный размер которых определяется выбранным вариантом параметризации. При этом для получения параметризованной среды значения упругих параметров внутри каждой ячейки усредняются (рис. 5.6). Заметим, что легенда для упругих параметров та же, что и на рис. 5.1.



(рис. 5.6. часть 1)



(рис. 5.6. часть 2)

Рис. 5.6. Пространственное распределение плотности и скоростей продольных и поперечных волн параметризованной среды для различных вариантов: (а) - $N = M = 5$, (б) - $N = M = 10$, (в) - $N = M = 20$, (г) - $N = M = 50$ используется цветовая шкала как на рис. 1

5.2. Рабочий цикл для получения синтетических данных метода микросейсмического зондирования

5.2.1. Расчет относительных интенсивностей акустического поля на поверхности среды

Зная распределение параметров в каждой i -й слоистой зоне, для получения частотных зависимостей относительной амплитуды вертикальной компоненты смещений на поверхности среды $W_i(f_k)$ (которые представляется в виде матрицы $W^{(i,k)}$, где индекс i (номер столбца) соответствует номеру зоны, а k (номер строки) – номеру используемой частоты) используется разработанный аналитический подход. В соответствии с ММЗ для каждой частоты зондирования значения амплитуды в каждом пункте наблюдений нормируются на среднее значение по всем пунктам. После получения решений $W_i(f_k)$, используя дисперсионную кривую (рис. 5.2), зависимость от частоты переводится в зависимость от длины

волны $W_i(\lambda_k)$, что позволяет построить карту распределения относительной амплитуды по горизонтали и вертикали (рис. 5.7). Поскольку микросейсмическое зондирование подразумевает построение распределения относительной интенсивности, а не амплитуды волны, введем величину $I = W^2$ и будем рассматривать зависимости этой величины от длины волны и горизонтальной координаты. Результаты применения численного и аналитического подхода представлены на рис. 5.7 и рис. 5.8, причем шкала на рис. 5.8 та же, что и на рис. 5.7.

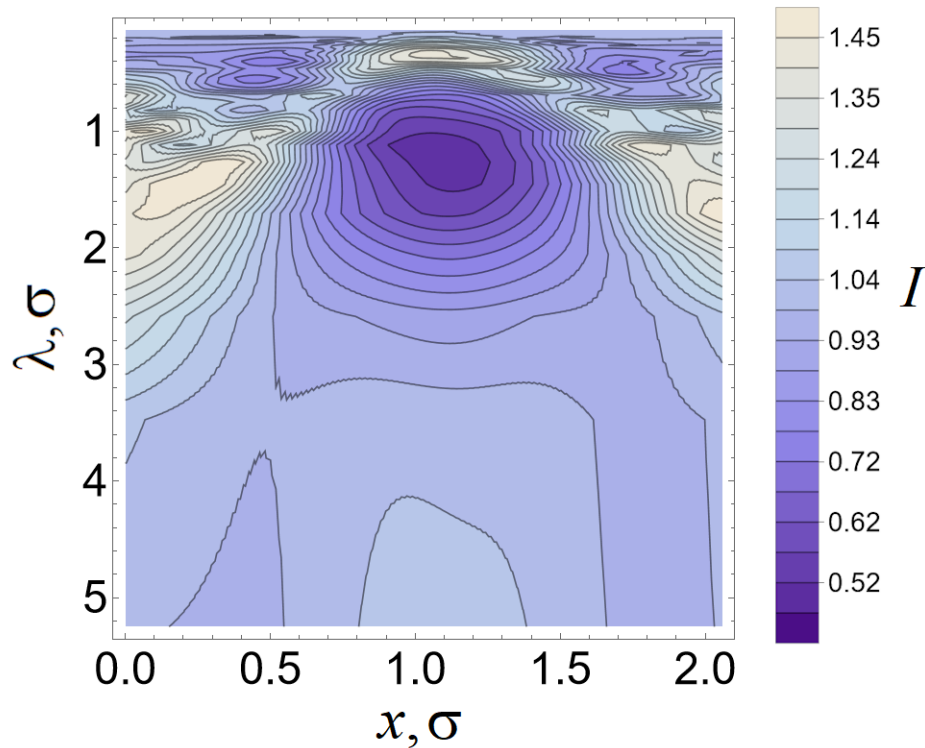


Рис. 5.7. Результат численного решения прямой задачи микросейсмического зондирования для исходной непараметризованной модели среды

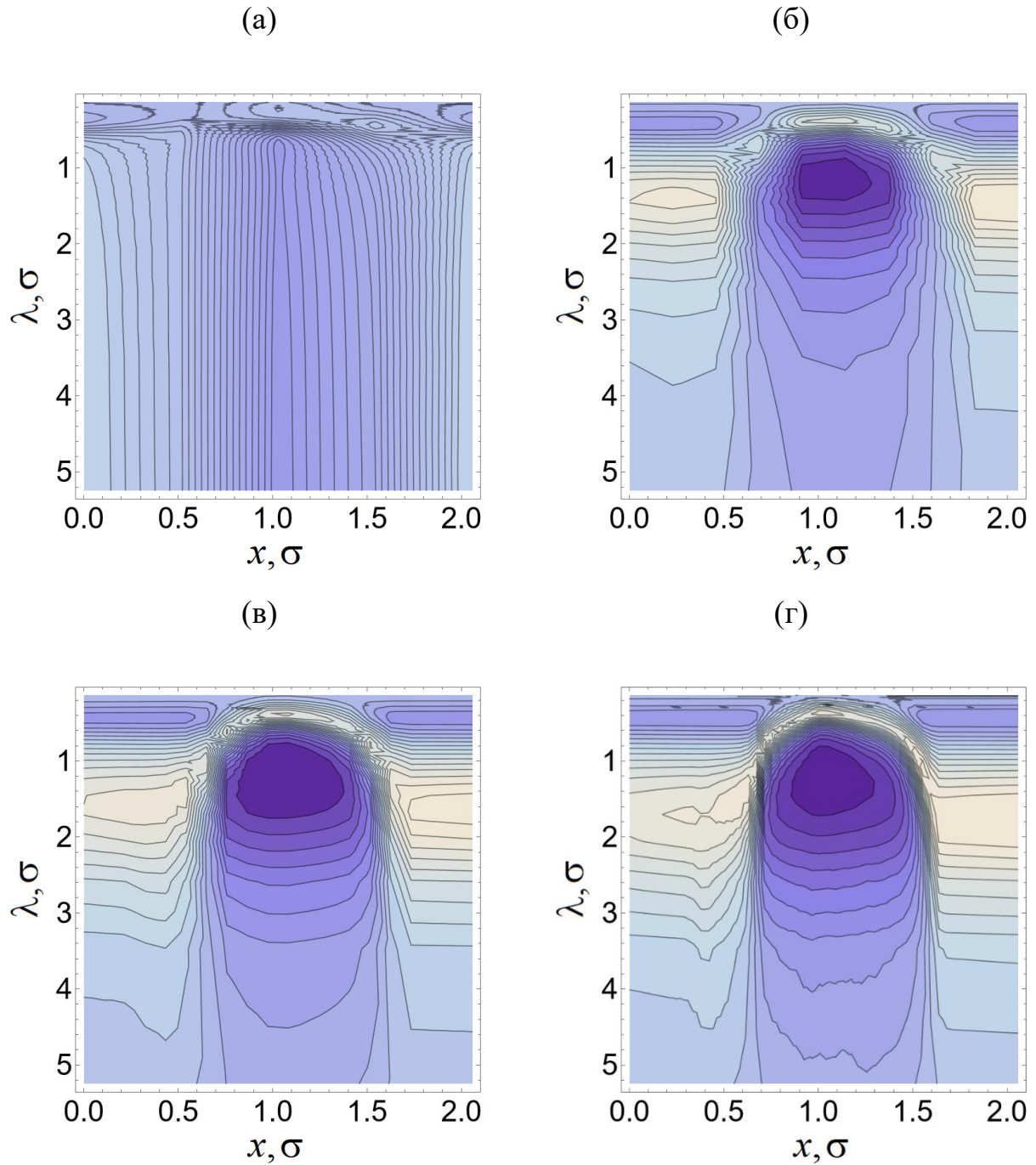


Рис. 5.8. Результаты аналитического решения прямой задачи микросейсмического зондирования без постобработки для различных вариантов параметризации: (а) - $N = M = 5$, (б) - $N = M = 10$, (в) - $N = M = 20$, (г) - $N = M = 50$; используется цветовая шкала как на рис. 5.7

Аналитические результаты на рис. 5.8 показывают, что степень параметризации существенно влияет на качественный и количественный характер получаемого решения прямой задачи ММЗ. Сравнение с численным решением демонстрирует отсутствие эффекта «размытия» картины с глубиной, что связано с

особенностями построения аналитического решения, а именно того обстоятельства, что при моделировании каждой отдельной зоны она представляется бесконечно протяженной по горизонтальной оси, что приводит к игнорированию разрешающей способности по горизонтали и тем самым обуславливает необходимость проведения дополнительной процедуры постобработки.

5.2.2. Постобработка результатов с учетом эффекта изменения абсолютной разрешающей способности поверхностной акустической волны по горизонтали с увеличением длины волны

В связи с тем, что при увеличении глубины зондирования используются все более длинные волны, абсолютные размеры неоднородностей, которые возможно разрешить, также возрастают, что приводит к постепенному «размытию» результирующего профиля микросейсмического зондирования с глубиной. Предложим один из вариантов учета этого эффекта при обработке аналитических данных.

Пусть, как и прежде, имеется M зон шириной L с определенными зависимостями относительной амплитуды на поверхности от частоты $W_i(f_k) = W^{(i,k)}$ для каждой из них (напомним, индекс i соответствует номеру зоны, а k – номеру используемой частоты). Необходимо построить оператор, производящий усреднение $W^{(i,k)}$ по зонам таким образом, чтобы данные для высоких частот не изменились, а для низких стали равны среднему значению по всем зонам. При этом под волнами высокой частоты мы подразумеваем те, длины которых меньше расстояния между датчиками (ширине зон), а под волнами низкой частоты – те, длины которых превышают суммарную ширину всех зон. Усреднение для конкретной частоты является умножением k -ой строки матрицы $W^{(i,k)}$ на матрицу весов $P_k^{(n,m)}$ (n и m изменяются в пределах от 1 до M), в результате чего имеем модифицированную строку матрицы $W^{(i,k)}$. Прodelывая эту процедуру для каждой строки удастся сформировать новую матрицу $W^{(i,k)}$. Например, поскольку

для самой высокой частоты (при $k=1$) значения не должны изменяться, это эквивалентно умножению на единичную матрицу E - $W^{(i,1)} = W^{(i,1)}E$. Для самой низкой ($k=\Sigma$) необходимо получить среднее арифметическое, т.е.: $W^{(i,\Sigma)} = W^{(i,\Sigma)} \Pi_{\Sigma}^{(n,m)}$, где $\Pi_{\Sigma}^{(n,m)} = 1/M$. Относительная интенсивность в таком случае будет выражаться как $I' = \left(W^{(i,k)} \cdot \Pi^{(i,j)} \right)^2$. Поскольку в дальнейшем речь будет идти про аналитические данные после постобработки, для удобства переобозначим $I' \rightarrow I$.

Пусть матрица весов выражается следующим образом:

$$\Pi_k^{(n,m)} = \frac{1}{\lambda_k/(\gamma L)} \nu \exp \left(- \frac{(n-m)^2}{(\lambda_k/(\gamma L) - 1)^2} \right),$$

где параметр γ определяет степень «размытия» данных с глубиной и характеризуется разрешающей способностью поверхностной волны по горизонтали, а ν определяется из условия равенства единице суммы элементов в каждом столбце, поскольку суммарное значение данных датчиков не должно изменяться. При $(\lambda_k/\gamma L) < 1$, $\Pi^{(n,m)} = E$, при $(\lambda_k/\gamma L) > M$, $\Pi^{(n,m)} = 1/M$.

Таким образом, для каждой строки $W^{(i,k)}$ удастся построить индивидуальное окно, усредняющее данные в соответствии с отношением длины волны к длине зоны.

Для определения оптимальных значений параметра γ рассмотрим вспомогательную задачу распространения ПАВ через систему с двумя вертикальными полубесконечными штоками (рис. 5.9).

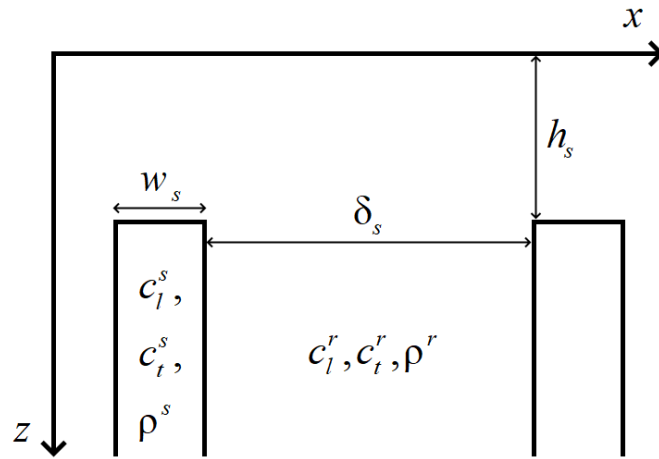


Рис. 5.9. Общая конфигурация системы из двух вертикальных штоков

Параметры рассматриваемой задачи следующие: для вмещающей среды - $c_l^r = 5196$ м/с, $c_t^r = 3000$ м/с, $\rho^r = 2700$ кг/м³; для штоков - $c_l^s = 7000$ м/с, $c_t^s = 4000$ м/с, $\rho^s = 3500$ кг/м³, $\sigma = 27580$ м. Будут рассмотрены случаи различного расстояния между штоками δ_s , ширины w_s и глубины залегания h_s штоков.

Результаты численного и аналитического решения представлены на рис. 5.10 и рис. 5.11 соответственно, причем цветовая шкала на рис. 5.11 та же, что и на рис 5.10.

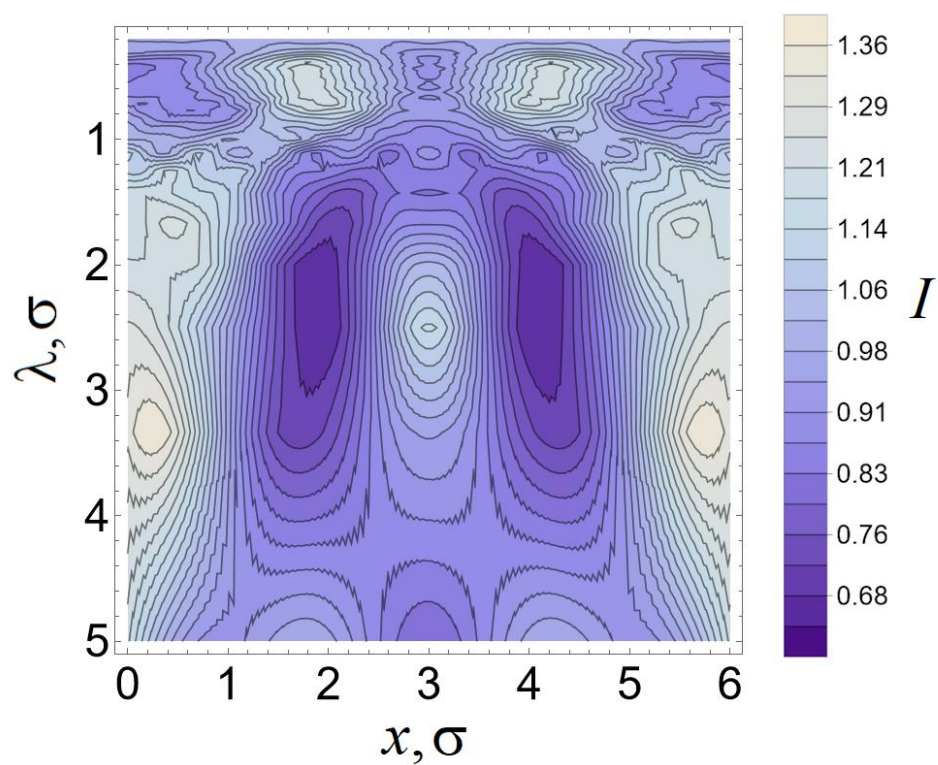
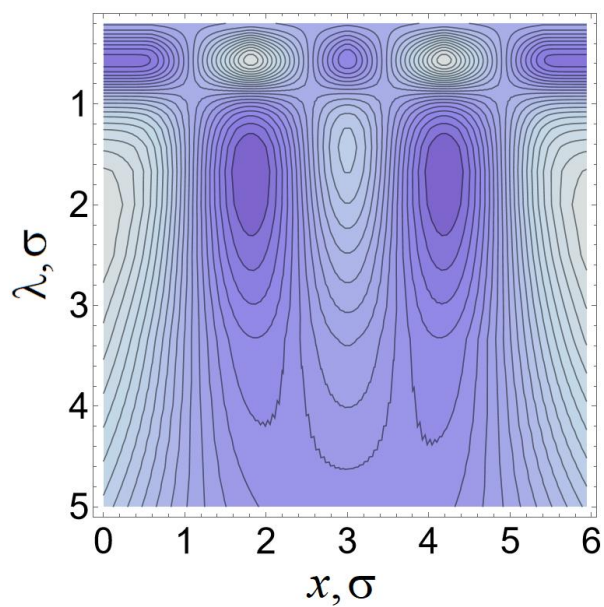
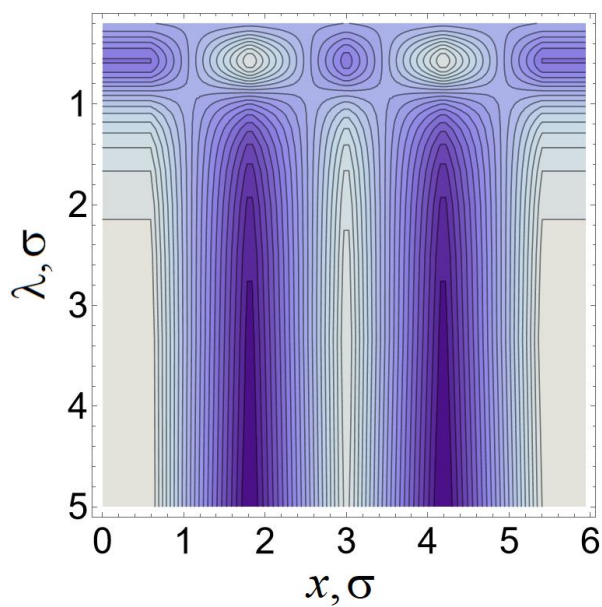


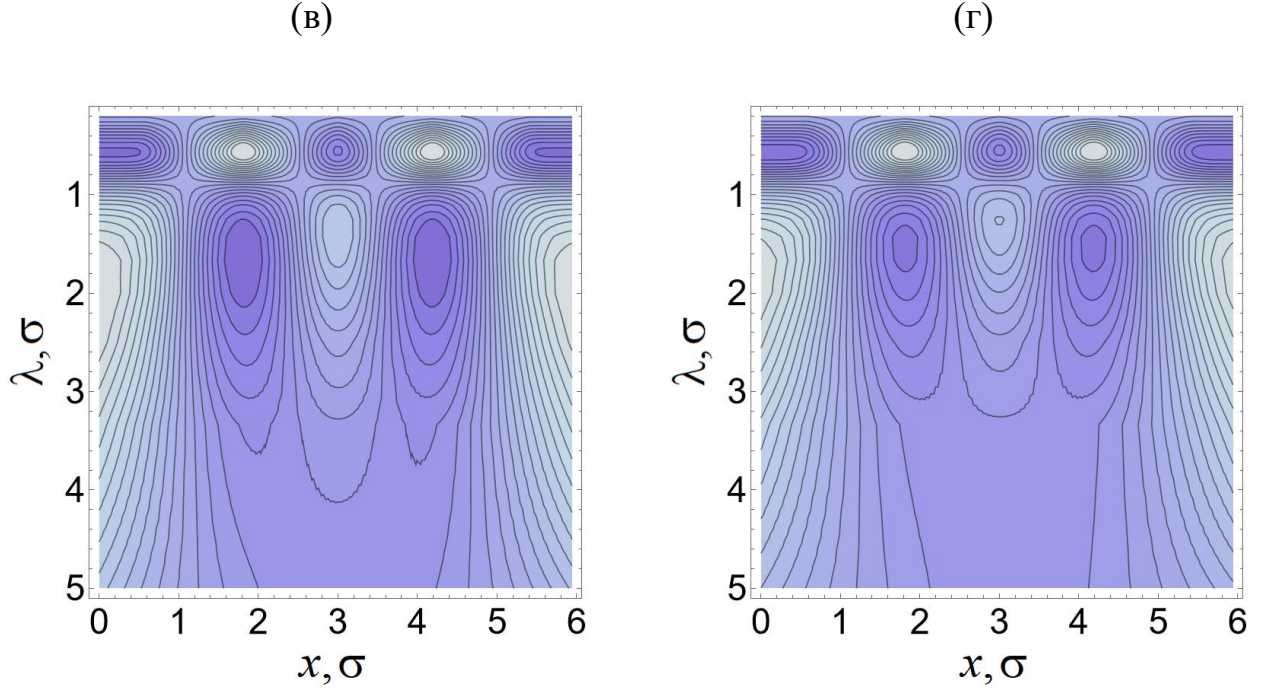
Рис. 5.10. Результат численного решения прямой задачи микросейсмического зондирования для системы из двух штоков при $w_s = \sigma$, $\delta_s = \sigma$, $h_s = 0.3\sigma$ (соответствующая $\lambda_{cr} = 4.09\sigma$)

(a)

(б)



(рис. 5.11. часть 1)



(рис. 5.11. часть 2)

Рис. 5.11. Результаты аналитического решения прямой задачи микросейсмического зондирования для системы из двух штоков при $w_s = \sigma$, $\delta_s = \sigma$, $h_s = 0.3\sigma$: (а) – без постобработки ($\lambda_{cr} \rightarrow \infty$), (б) - $\gamma = 3.7$ ($\lambda_{cr} = 4.63\sigma$), (в) - $\gamma = 3.2$ ($\lambda_{cr} = 4.09\sigma$), (г) - $\gamma = 2.7$ ($\lambda_{cr} = 3.26\sigma$); используется цветовая шкала как на рис. 5.10

Рис. 5.11 демонстрирует зависимость вида аналитического решения от γ . Для поиска оптимального значения этого параметра введем определяющие разрешающую способность по горизонтали величины λ_{cr}^{num} и λ_{cr}^{analit} , равные длине зондирующей волны, на которой штоки перестают разделяться (т.е. для которой значение I на координате x , соответствующей середине штока, равно I на координате x , соответствующей середине расстояния между штоками), в случае численного и аналитического решения соответственно. Минимизируя $\Delta\lambda_{cr} = |\lambda_{cr}^{num} - \lambda_{cr}^{analit}|$, удастся определить такое значение γ , при котором разрешающая способность аналитического решения наилучшим образом соответствовала бы численному (рис. 5.12).

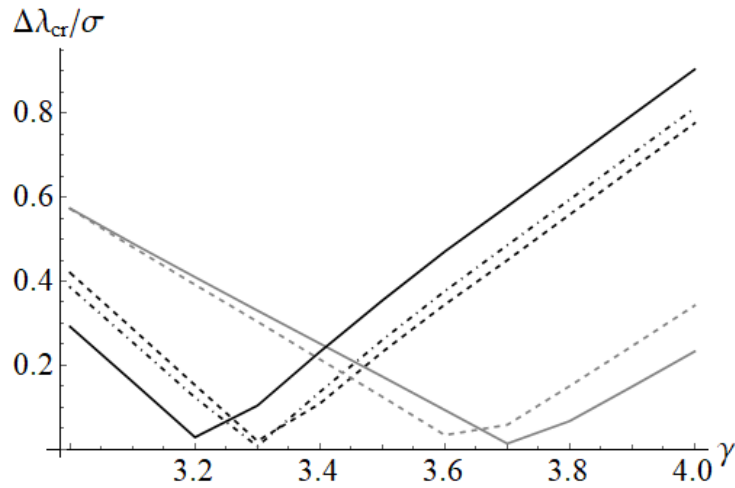


Рис. 5.12. Зависимость разницы значений критической длины волны между численным и аналитическим решением от γ ; черная линия - $w_s = \sigma$, $\delta_s = \sigma$, $h_s = 0.3\sigma$, черная пунктирная линия - $w_s = \sigma$, $\delta_s = \sigma$, $h_s = 0.5\sigma$, черная штрихпунктирная линия - $w_s = \sigma$, $\delta_s = \sigma$, $h_s = 0$, серая линия - $w_s = \sigma$, $\delta_s = 0.5\sigma$, $h_s = 0.3\sigma$, серая пунктирная линия - $w_s = 0.5\sigma$, $\delta_s = \sigma$, $h_s = 0.3\sigma$

Из рис. 5.12 следует, что γ зависит от конфигурации системы (но лежит в пределах от 3 до 4, что соответствует эмпирическим оценкам разрешающей способности поверхностной волны по горизонтали [210]), поэтому для более корректного сопоставления результатов эксперимента и аналитического подхода, например, при решении обратной задачи, этот параметр следует варьировать для минимизации невязки между решениями.

Теперь вернемся к исходной модели, представленной на рис. 5.1. Результаты аналитического расчета (рис. 5.8) после постобработки представлены на рис. 5.13, причем шкала на рис. 5.13 та же, что и на рис 5.7.

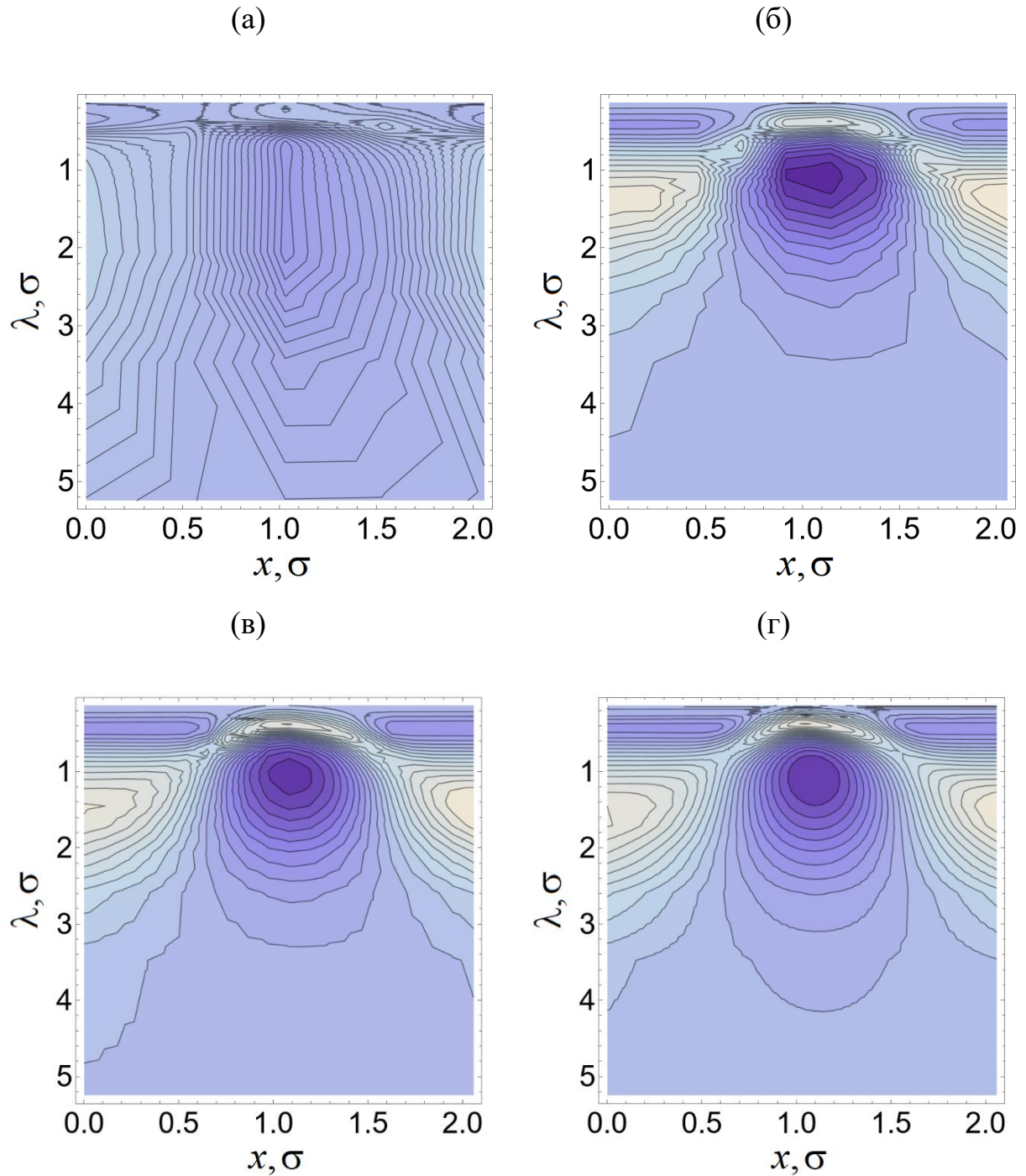


Рис. 5.13. Результаты аналитического решения прямой задачи микросейсмического зондирования с постобработкой для различных вариантов параметризации: (а) - $N = M = 5, \gamma = 3.5$ (б) - $N = M = 10, \gamma = 3.4$ (в) - $N = M = 20, \gamma = 3.5$, (г) - $N = M = 50, \gamma = 3.6$; используется цветовая шкала как на рис. 5.7

Рис. 5.13 демонстрирует, что на масштабах длины волны, сопоставимых с глубиной залегания неоднородности, наблюдается уменьшение относительной интенсивности, поскольку упругие параметры включения выше, чем у фоновой

среды. Это соответствует принципам микросейсмического зондирования и является частичным теоретическим обоснованием самого метода.

Для количественного сопоставления результатов численного I_{num} и аналитического I_{analit} моделирования введем усредненную по i невязку между частотными зависимостями следующим образом:

$$\chi = \left\langle \left(\frac{\sum_k |I_{num}^{(i,k)} - I_{analit}^{(i,k)}|^l}{\sum_k (I_{num}^{(i,k)})^l} \right)^{1/l} \right\rangle \quad (5.1)$$

при $l=1$ выражение представляет собой нормированную L_1 -норму, при $l=2$ - нормированную L_2 -норму.

Таблица 5.1. Невязка между численным решением и аналитическим для различных степеней параметризации

Степень параметризации, M	Невязка χ , %
5	13.4
10	5.7
20	5.3
50	5.6

Рис. 5.13 и табл. 5.1 демонстрируют, что невязка между численным и аналитическим подходом в целом порядка единиц процентов, что соответствует полученной ранее области применимости предлагаемого подхода.

5.3. Сходимость решения прямой задачи микросейсмического зондирования.

Для анализа аналитических зависимостей от степени параметризации среды, будем использовать для вычисления невязки формулу (5.1) с точностью до переобозначений: $I_{num}^{(i,k)} \rightarrow I_M^{(i,k)}$, $I_{analit}^{(i,k)} \rightarrow I_{M+2}^{(i,k)}$, где индекс M характеризует степень параметризации. Зависимость χ от M представлена на рис. 5.14.

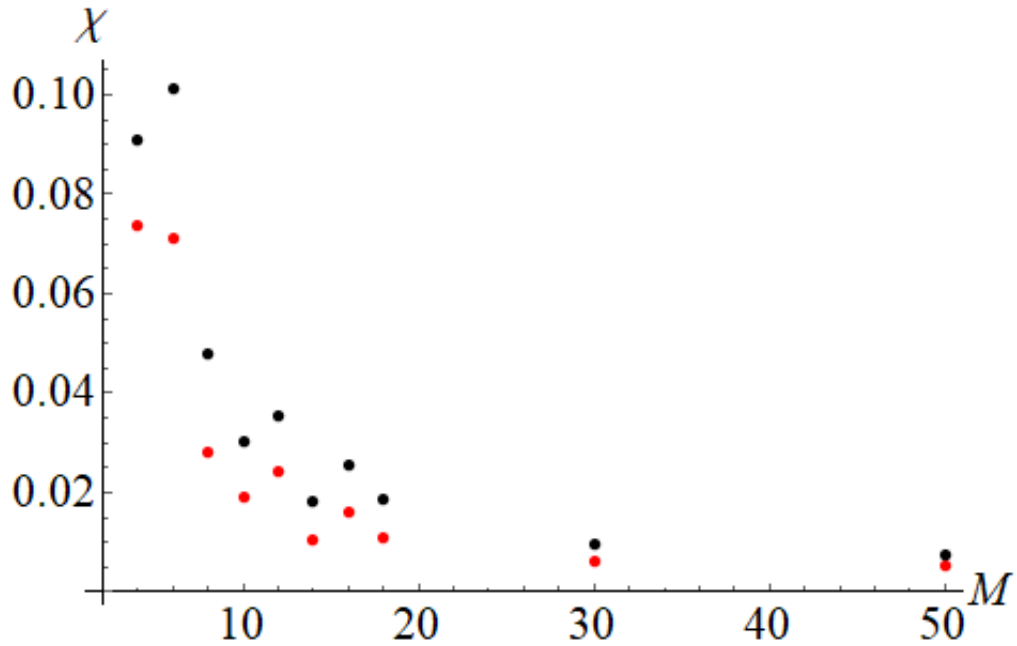


Рис. 5.14. Зависимость невязки между соседними степенями параметризации от M ; черные точки – L_2 -норма, красные – L_1 -норма

Рис. 5.14 демонстрирует, что при увеличении степени параметризации M , невязка между соседними случаями для обоих вариантов норм уменьшается. При количестве ячеек равном 100 ($M = N = 10$), L_2 -норма невязки составляет около 3%, что говорит о достаточности такой степени параметризации, т.е. получаемые решения корректно аппроксимируют решение для истинной неоднородности.

Теперь рассмотрим вопрос об устойчивости решения. В качестве исходного рассмотрим решение при $N = M = 10$ и будем возмущать исходные параметры среды случайным образом на несколько процентов от $(\delta - 5\%)$ до δ , где δ принимает фиксированные значения: 5%, 10%, 15%, 20%, 25%. Так, например, при $\delta = 25\%$ к исходным данным прибавляется величина в промежутке от 20% до 25% исходного значения. Затем решение для возмущённой постановки сравнивается с исходным, используя невязку (5.1); $I_{num}^{(i,k)} \rightarrow I_{10}^{(i,k)}$, $I_{analit}^{(i,k)} \rightarrow I_{pert}^{(i,k)}$, $I_{pert}^{(i,k)}$ - решение для возмущенной постановки.

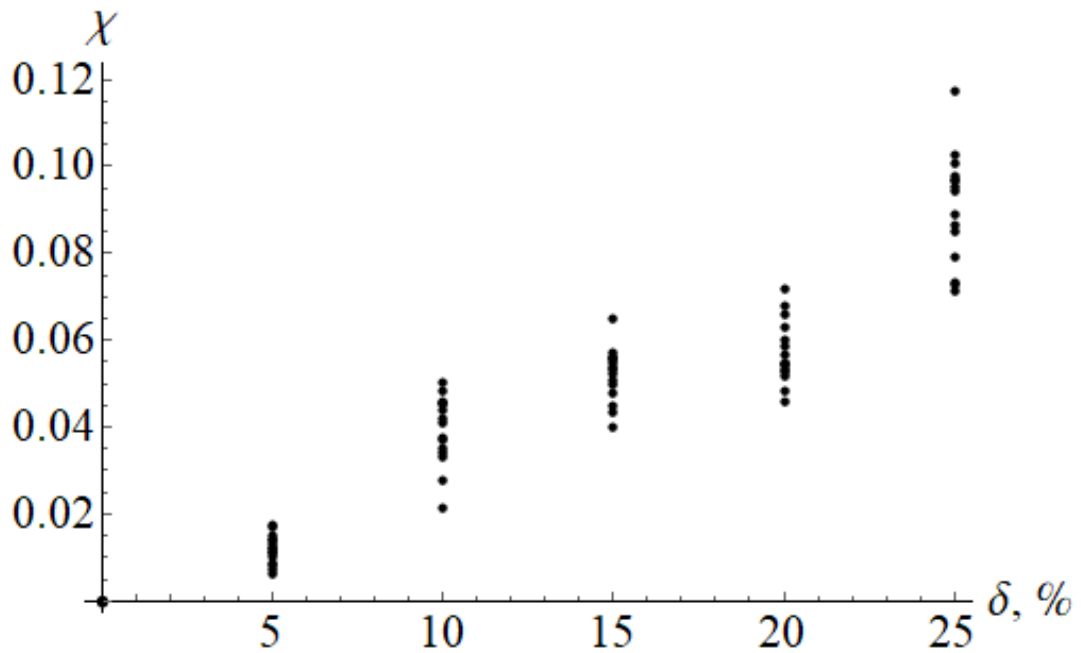


Рис. 5.15. зависимость невязки между исходным и возмущенным решением для разных δ

Рис. 5.15 демонстрирует, что при малом возмущении упругих параметров решение также изменяется мало. Иными словами, решение является устойчивым и в силу корректности аппроксимации сходится.

5.3. Заключение к главе 5.

В главе представлен весь алгоритм приближенного аналитического решения прямой задачи микросейсмического зондирования, включающий подготовку входных данных, проведение расчета и постобработку. Показано, что предложенный алгоритм сходится.

Продемонстрированы подходы к параметризации неоднородной среды произвольной конфигурации. При экономии вычислительных ресурсов рекомендуется использовать «оптимальную» параметризацию, а для наилучшего результата стоит использовать квазигиперболическую или геометрическую прогрессию.

Поскольку используемый подход не позволяет напрямую учесть разрешающую способность метода микросейсмического зондирования по

горизонтали, предложена процедура постобработки, которая была проверена на системе двух вертикальных полубесконечных штоков. Показано, что оптимальный параметр предлагаемой процедуры, при котором наблюдается соответствие с результатами численного моделирования, изменяется в зависимости от конфигурации среды, поэтому на практике его следует варьировать для минимизации невязки между реальными и синтетическими данными.

Используемая параметризация и постобработка позволяет получить синтетические данные микросейсмического зондирования, причем невязка с численным решением для истинной неоднородности составляет около 5%.

Полученные результаты позволяют подойти к решению обратной задачи микросейсмического зондирования, что актуально на сегодняшний день.

Таким образом, обосновывается **третье защищаемое положение:**

Предложенный аналитический подход позволяет получить синтетические данные микросейсмического зондирования для произвольно неоднородной среды с нормальной дисперсией.

ГЛАВА 6. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА МИКРОСЕЙСМИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

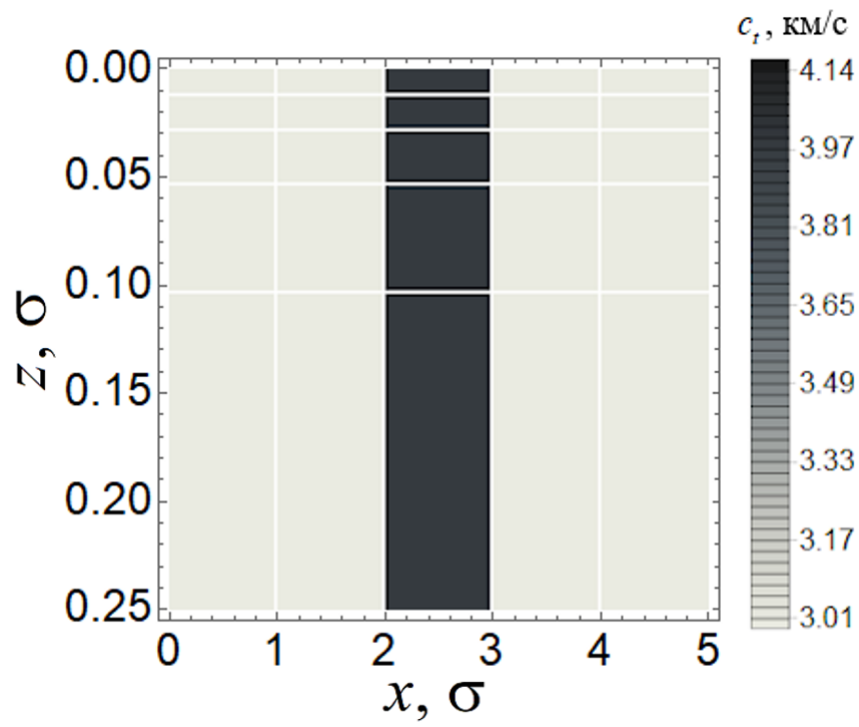
Рассмотренный выше алгоритм получения синтетических данных ММЗ открывает возможности его применения для решения обратной задачи. В данной главе будут рассмотрены среды с относительно простой геометрией, которые могут быть успешно восстановлены с помощью предлагаемого аналитического подхода.

Для этого необходимо, во-первых, описать используемый для решения обратной задачи метод и, во-вторых, проанализировать получаемые результаты как для детерминированной, так и для стохастической постановки.

6.1. Постановка задачи

Вначале рассмотрим простейшую постановку обратной задачи микросейсмического зондирования – выявление одиночного вертикального контрастного включения шириной $\sigma = 27580$ м (рис. 6.1a) на фоне однородного упругого полупространства. Пусть скорость распространения продольных и поперечных волн, а также плотность для вмещающей среды – $c_l = 5196$ м/с, $c_t = 3000$ м/с, $\rho = 2700$ кг/м³, а для включения – $c_l = 7000$ м/с, $c_t = 4000$ м/с, $\rho = 3500$ кг/м³. При отсутствии включения длина волны Рэлея для полупространства на частоте 0.1 Гц равна σ , чем и обусловлен выбор такой ширины включения.

(a)



(б)

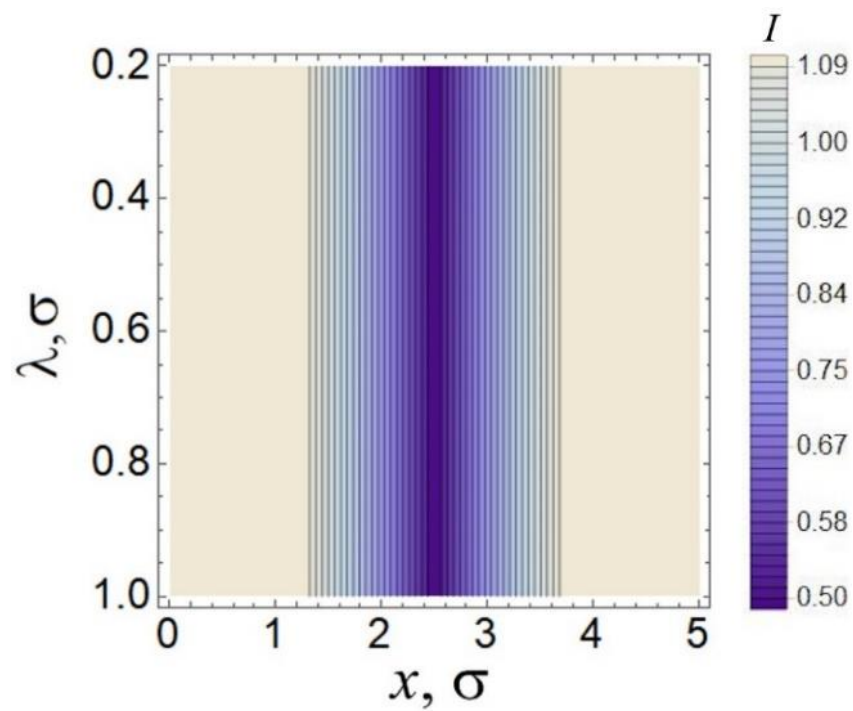


Рис. 6.1. Исходное распределение скорости распространения поперечных волн в среде и выбранное разделение среды на отдельные однородные ячейки (белые линии) (а); распределение относительной интенсивности ПАВ в качестве входных данных (б)

В качестве входных данных обратной задачи микросейсмического зондирования будем использовать значения относительной интенсивности поверхностных акустических волн I для набора из j частот, определенных в i пунктах наблюдений на поверхности среды. Это распределение на практике определяется экспериментально и является выходным результатом применения метода микросейсмического зондирования. В нашем случае эти данные для рассматриваемой среды были рассчитаны аналитически с помощью развиваемого подхода (рис. 6.1б).

При этом количество пунктов наблюдений задается при проведении полевых работ и обычно равно нескольким десяткам [219]. В нашем же случае для простоты и наглядности мы будем использовать всего 5 таких пунктов, соответственно, разделив среду на 5 вертикальных зон (рис. 6.1а), ассоциируемых с пунктами измерений.

Разделение среды на предполагаемые горизонтальные слои возможно несколькими способами и представляется темой отдельного исследования, мы же предлагаем ограничиться пятью слоями, мощность которых связана с частотой как $H = c/2 f_j$, где $f_j = 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5$ Гц – используемый набор частот (рис. 6.1а); $c = 2758$ м/с. В результате такой параметризации получаем разбиение исследуемой среды на 25 ячеек, каждая из которых считается однородной. Поскольку в данном разделе количество частот принимается равным количеству слоев, индексы j и k , используемые в прошлой главе, становятся эквивалентными, поэтому для удобства индекс как по слоям, так и по частотам будет обозначаться индексом j .

В качестве решения обратной задачи микросейсмического зондирования будем искать такое распределение параметров среды (25 наборов параметров, соответствующих ячейкам, на которые разбита среда), для которого значения относительной интенсивности поверхностных акустических волн будут максимально соответствовать входным данным, для чего введем невязку по интенсивности, которую будем минимизировать:

$$\chi_a^i = \sqrt{\frac{\sum_j |I_0^{(i,j)} - I^{(i,j)}|^2}{\sum_j (I_0^{(i,j)})^2}}, \quad \chi_a = \langle \chi_a^i \rangle,$$

индекс 0 соответствует исходным значениям, без индекса – восстановленным.

Поскольку в данном примере предполагается продемонстрировать сами принципы решения обратной задачи, то ограничимся вариантом, когда распределение плотности считается известным, как и коэффициент Пуассона (в нашем случае 0.25), определяющий связь между скоростями распространения продольных и поперечных волн. Таким образом остается всего 25 независимых неизвестных, в качестве которых будем использовать значения скорости распространения поперечных волн в каждой ячейке.

Отметим, что исходные значения I были получены с использованием процедуры постобработки, описанной в главе 5, однако в силу того что они представляют собой аналитическое решение прямой задачи, то в данном случае эта процедура не несет принципиального значения. При использовании реальных данных, параметр размытия γ следует рассматривать как переменный и варьировать наряду с упругими параметрами для минимизации невязки между экспериментальными и синтетическими данными.

Поскольку исходные данные представляют собой зависимости амплитуды от частоты относительно среднего значения (т.е. они определены с точностью до некоторой константы), то для однозначности решения для рассматриваемой постановки необходимо добавление априорной информации. Рассмотрим несколько вариантов такой информации, которые не приводят к слишком серьезному усложнению полевых работ.

Первый вариант априорной информации заключается в известных значениях параметров в одной из ячеек верхнего слоя, что допустимо определить с помощью геологических наблюдений или использования известных геологических карт, но не требует проведения дополнительных геофизических работ.

Второй вариант – известная частотная зависимость времени пробега ПАВ вдоль исследуемого профиля, что согласуется со стандартным применением ММЗ [204], который сам по себе подразумевает экспериментальное определение дисперсионной кривой ПАВ на исследуемой территории или использование какой-либо типичной зависимости для глубинной привязки получаемых результатов.

Третий вариант уже более трудоемок и выходит за рамки стандартного ММЗ поскольку требует информации об известных дисперсионных зависимостях ПАВ для каждой отдельной зоны.

Отметим, что получения второго и третьего варианта априорной информации возможно несколькими путями, например, проведением дополнительного исследования методом MASW [106] или, в случае длительного накопления сигнала, обработки данных в соответствии с методами поверхностно-волновой томографии [141], для чего может не потребоваться дополнительных к микросейсмическому зондированию данных.

Далее покажем явно, что данных только ММЗ недостаточно для обеспечения единственности решения. Пусть $A^{(i,j)}$ - некоторые абсолютные значения амплитуды. Исходные данные представляют собой следующий вектор

$$W_{exp}^{(i,j)} = \hat{D}_w c_t^{(i,j)} = \frac{A^{(i,j)}}{\sum_{i=1}^M A^{(i,j)} / M}$$

$\hat{D}_w$ - оператор решения прямой задачи по амплитудам

Перепишем это в виде

$$\frac{W_{exp}^{(i,j)}}{M} \left(1 + \frac{\sum_{i=1}^{M-1} A^{(i,j)}}{A^{(i,j)}} \right) - 1 = 0 \quad (6.1)$$

Выражение (6.1) представляет собой однородную систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и, как известно [230], имеет бесконечное множество решений в случае, когда количество уравнений больше количества неизвестных, которое имеет место в данном случае, поскольку количество уравнений равно $N(M-1)$, а неизвестных - NM . Для того, чтобы решение было единственным, необходимо доопределить систему дополнительной информацией, например, известным значением $A^{(1,j)}$ (известные значения параметров (и соответствующие значение амплитуд) в первой зоне), что уравнивает количество уравнений и неизвестных и позволит получить единственное решение. Однако на практике получение такого типа данных затруднительно, поэтому используется более мягкое условие - известное значение $A^{(1,1)}$ (известные значения параметров в ячейке, соответствующей первой зоне и первому слою) и условие неуменьшения значений упругих параметров с глубиной, т.е. условие нормальной дисперсии, которое само по себе является необходимым для возможности применения используемого аналитического подхода. Строго с математической точки зрения, такой тип дополнительной информации не гарантирует единственности решения, однако, как будет показано в дальнейшем, для рассматриваемых систем позволяет получить таковое.

Перейдем ко второму варианту априорной информации и заметим, что использование только данных о времени пробега волны вдоль исследуемого профиля, что используется в некоторых самостоятельных геофизических методах, не позволяет получить единственное решение. Для каждой частоты это время определяется как $t_{exp}^j = \hat{D}_t c_t^{(i,j)} = \sum_{i=1}^M \frac{L_i}{c^{(i,j)}}$ ($\hat{D}_t$ - оператор решения прямой задачи по времени пробега, L_i - ширина i -й зоны), что представляет собой систему уравнений из N уравнений и $NM > N$ неизвестных, что приводит к существованию бесконечного множества решений. Однако дополнение этих данных данными об амплитудах позволяет добиться однозначности решения, что в очередной раз доказывает целесообразность комплексирования геофизических методов [226]. Из

этого следует, что использование амплитудных характеристик позволяет восстанавливать неоднородности, которые не могут быть обнаружены томографическими методами. Важно отметить, что такой эффект может быть получен в случае, когда размерность томографических данных меньше количества неизвестных.

На практике при большой размерности исходных данных, т.е. при большом количестве датчиков и используемых частот, единственность решения может быть обеспечена и без привлечения данных об амплитудах, что демонстрирует третий вариант априорной информации: использование данных о скорости ПАВ в каждой зоне, что эквивалентно известному времени пробега волны через зону, само по себе позволяет получить единственное решение, поскольку в этом случае система уравнений будет представлять собой неоднородную СЛАУ с равным NM количеством уравнений и неизвестных: $c_{exp}^{(i,j)} = \hat{D}_c c_t^{(i,j)} = c^{(i,j)}$ ($\hat{D}_c$ - оператор решения прямой задачи по фазовой скорости ПАВ). Таким образом, дополнение этих данных информацией об амплитудах не приводит к принципиальным изменениям, но увеличивает устойчивость решения в силу добавления новой независимой информации, что будет показано далее

6.2. Используемый метод

Мы применим широко распространенный байесовский метод [239], который дает возможность не только найти итоговое решение обратной задачи через наиболее вероятную или усредненную модель, но и определить допустимые диапазоны значений для отдельных параметров модели. Выбор данного метода решения дополнительно обусловлен тем, что зависимость чувствительности амплитуды волны на поверхности от изменения упругих параметров среды представляет собой существенно нелинейную функцию, как было показано в главе 4, поэтому использование подходов, предполагающих линейность этой характеристики, например, использование матрицы чувствительности [240] представляется затруднительным.

Для того, чтобы минимизировать необходимое количество итераций для обеспечения сходимости решения, используем основное свойство ПАВ, а именно локализацию вблизи поверхности. В качестве зондирующих будем использовать волны таких частот, чтобы характерная глубина их локализации находилась в пределах зондируемого слоя.

Фиксируя максимальную частоту и варьируя параметры верхнего слоя, удастся определить наиболее правдоподобные параметры этого слоя. Затем частота уменьшается и варьируются параметры следующего слоя для минимизации невязки на этой частоте. Алгоритм повторяется для каждой частоты. Таким образом удастся восстановить параметры в каждой ячейке.

Заметим, что для определения параметров верхнего слоя используется значение заведомо высокой частоты, поскольку в таком случае ПАВ локализована исключительно в верхнем слое, что обеспечивает наилучший вариант восстановления для этого случая. Такое допущение обусловлено тем, что восстановление параметров нижележащих слоев основывается на полученных значения для вышележащих, поэтому более точное восстановление параметров верхнего слоя обеспечивает лучшее восстановление всех остальных слоев.

Итак, результат решения обратной задачи с помощью байесовского подхода для каждой частоты (для каждого горизонта глубины) представляется с помощью условной плотности вероятности $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{obs})$ параметров модели $\mathbf{m} = [c_t^{(i,j)}]$ (i – номер зоны, j – номер слоя) при условии, что исходные данные принимают заданное значение $\mathbf{d}_{obs} = [W^{(i,j)}]$. Таким образом, каждой конкретной модели сопоставляется некоторая вероятность, определяемая исходными данными. Функция $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{obs})$ является функцией апостериорного распределения и определяется формулой Байеса:

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{obs}) = \frac{p(\mathbf{d}_{obs}|\mathbf{m})p(\mathbf{m})}{\int p(\mathbf{d}_{obs}|\mathbf{m})p(\mathbf{m})d\mathbf{m}} \quad (6.2)$$

Выражение (6.2) определяет степень приемлемости модели $\mathbf{m}$ при наблюдаемых данных $\mathbf{d}_{obs}$. Здесь $p(\mathbf{m})$ – априорное распределение вероятности, которая в рассматриваемом случае представляет собой равномерное распределение; $p(\mathbf{d}_{obs} | \mathbf{m})$ – функция правдоподобия. Можно произвести оценку

$$p(\mathbf{m} | \mathbf{d}_{obs}) \sim p(\mathbf{d}_{obs} | \mathbf{m})p(\mathbf{m})$$

Здесь первый множитель отвечает за исходные данные, а второй за априорную информацию. Поскольку мы считаем, что априорной информации о распределении вероятности нет, то любое значение из выбранного диапазона считается равновероятным и, следовательно, $p(\mathbf{m})$ можно считать константой, поэтому будем рассматривать только первый множитель, который может быть выражен в виде гауссовой функции правдоподобия:

$$p(\mathbf{d}_{obs} | \mathbf{m}) \sim \exp\left(\frac{-\chi_a(\mathbf{m})^2}{2\sigma_e^2}\right)$$

σ_e – дисперсия исходных данных, которую в данном случае для определённости положим равной 0.1.

При большом количестве параметров полный перебор моделей становится практически невозможным из-за большого количества комбинаций параметров (в данном случае 25!). Из-за этого вычислительного ограничения наиболее эффективными оказываются методы статистического оценивания, позволяющие генерировать представительную выборку из пространства возможных параметров. В частности, хорошо зарекомендовал себя метод Марковской цепи Монте-Карло (MCMC), а именно реализация метода Метрополиса–Гастингса, работающая по следующей схеме [242, 243]:

- 1) На основе стартовой модели предлагается новая модель, путем выбора из распределения вероятностей такого значения искомого на текущем шаге параметра, что новая предлагаемая модель зависит только от текущей модели. В данном случае значения параметров будут выбираться из гауссовского

распределения, со средним значением в точке, соответствующей параметрам стартовой модели;

2) Для модели решается прямая задача, после чего вычисляется $p(\mathbf{d}_{obs} | \mathbf{m})$;

3) Если текущее $p(\mathbf{d}_{obs} | \mathbf{m})$ больше, чем предыдущее, стартовая модель заменяется на текущую и алгоритм повторяется требуемое количество раз.

6.3. Детерминированная задача

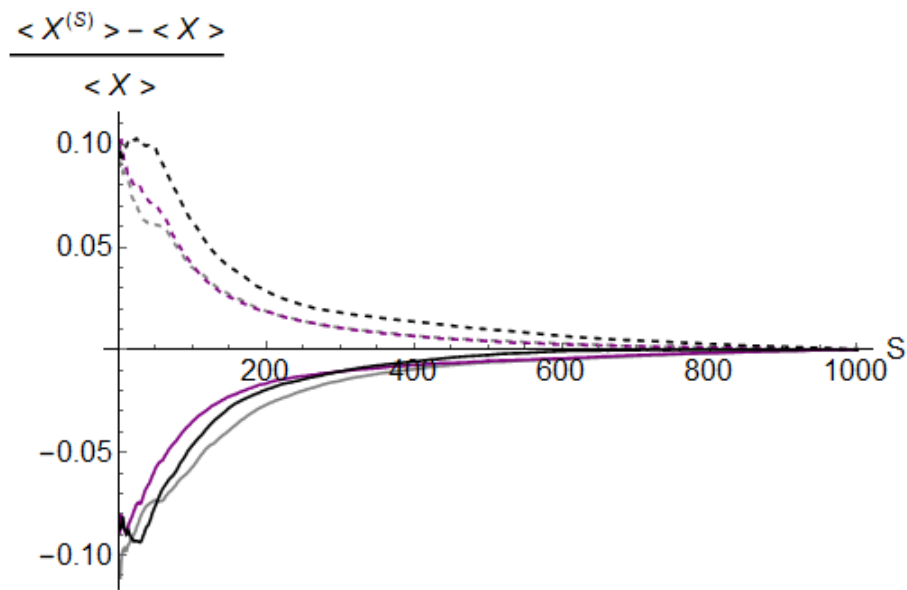
В качестве первого шага необходимо рассмотреть сходимость предлагаемого алгоритма и определить, какое количество итераций S является достаточным для получения истинного решения. Сходимость относительно нуля нормированных

средних значений $\frac{\langle X^{(S)} \rangle - \langle X \rangle}{\langle X \rangle}$ ($\langle X \rangle \sim 4000 \text{ м/с}$) и соответствующих

среднеквадратических отклонений $\frac{\sigma_X^{(S)} - \sigma_X}{\sigma_X}$ ($\sigma_X \sim 80 \text{ м/с}$) ($X = c_t^{(3,1)}$) скорости

поперечных волн в первом слое третьей зоны для различных начальных состояний для первого слоя третьей зоны представлена на рис. 6.2. Поскольку для остальных слоев используется идентичный алгоритм, то для них данные зависимости будут аналогичны.

(a)



(б)

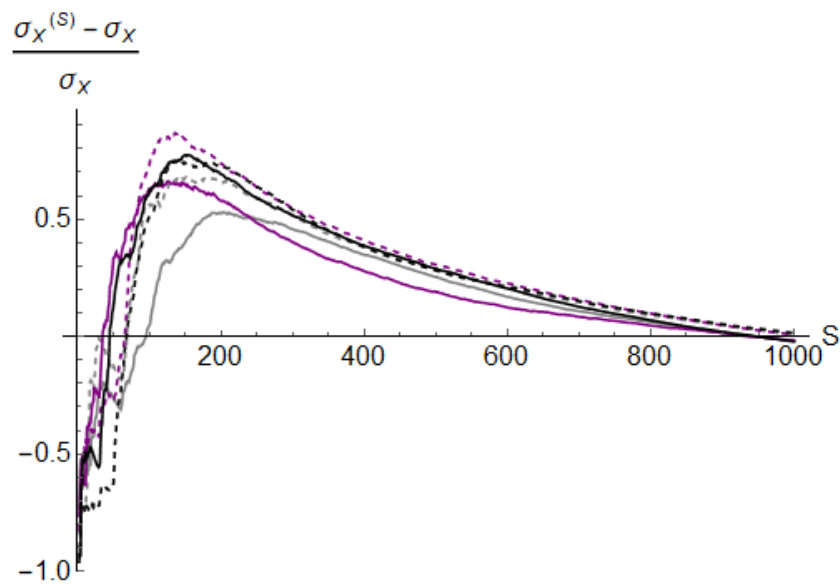


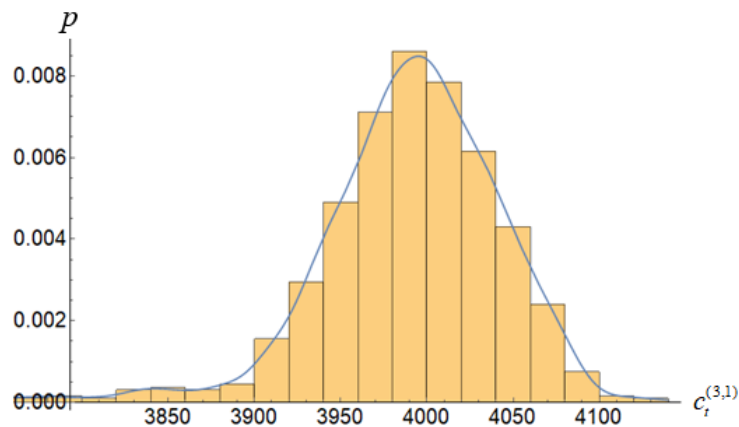
Рис. 6.2. (а) – сходимость центрированных относительно нуля нормированных искомым средних значений X и (б) – среднеквадратических отклонений при увеличении количества итераций S ; фиолетовая линия – первый вариант априорной информации, черная – второй, серая – третий; разные линии соответствуют разным начальным точкам выполнения алгоритма

Из рис. 6.2. следует, что с увеличением количества интеграций среднее значение параметра, а также дисперсия стремятся к постоянному значению, что

говорит о достаточности количества итераций. В дальнейших расчетах будем использовать $S=1000$ как достаточное для получения удовлетворительного результата. Заметим, что зависимости на рис. 6.2 являются иллюстрацией того, что для различных стартовых точек и типа априорной информации, алгоритм ведет себя одинаковым образом.

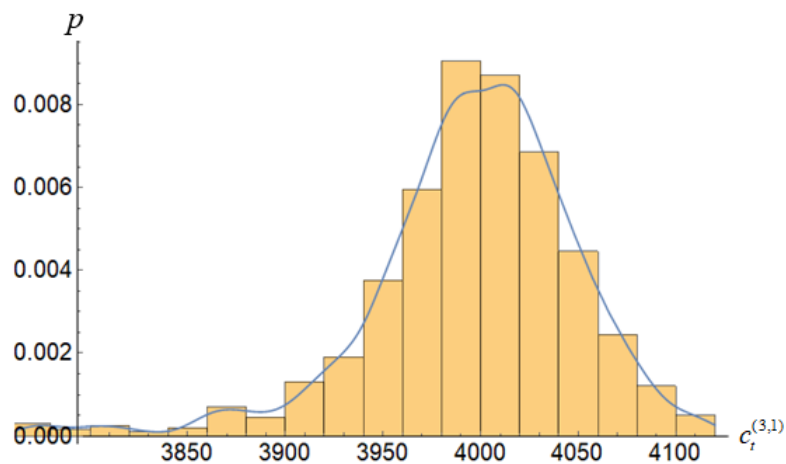
Далее воспользуемся приведенным алгоритмом для восстановления параметром среды, представленной на рис. 6.1а. Многократное решение прямой задачи в качестве выходных данных имеет список значений параметра c_t для каждой из 25 ячеек. Оценки допустимых диапазонов значений c_t удобно представить в виде гистограммы (рис. 6.3): каждый столбец на гистограмме отражает диапазон значений c_t , чем больше высота столбца, тем более вероятно значение c_t из этого промежутка, т.е. эти значения встречаются наиболее часто в выходных данных алгоритма. Представлены гистограммы только для параметров первого слоя третьей зоны, поскольку в силу идентичности алгоритма, гистограммы для остальных ячеек аналогичны друг другу.

(a)

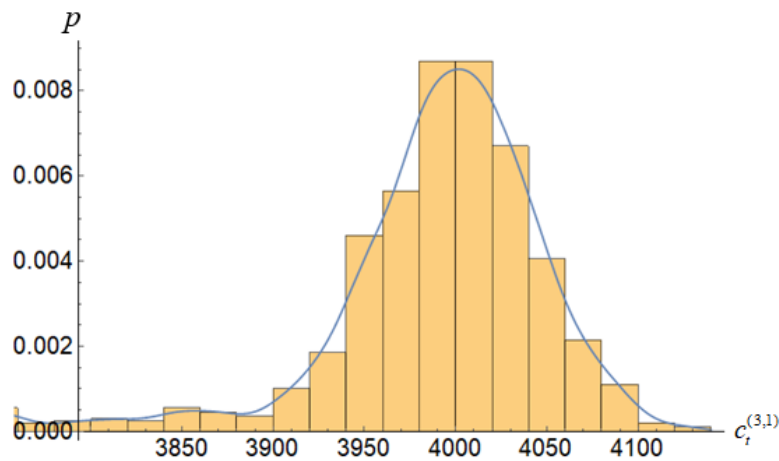


(рис. 6.3. часть 1)

(б)



(в)



(рис. 6.3. часть 2)

Рис. 6.3. Гистограммы, построенные по различным реализациям решений для первого (а), второго (б) и третьего (в) варианта априорной информации для $c_t^{(3,1)}$; функции плотности вероятности, оцененные по рассматриваемым наборам, изображены на гистограммах сплошными линиями

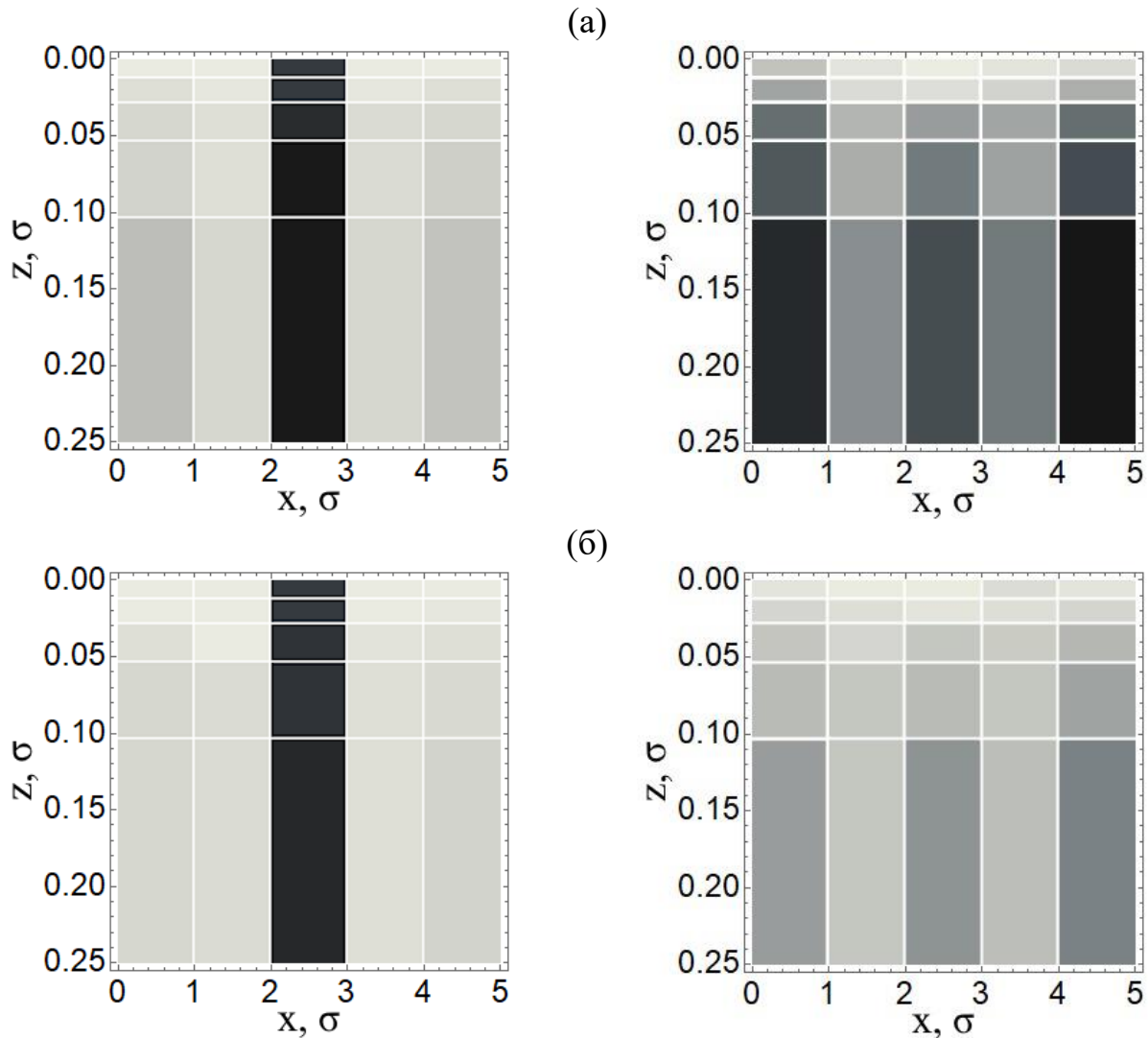
Рис. 6.3. демонстрирует, что результат решения обратной задачи стремится к наиболее вероятному результату, поскольку самый высокий столбец располагается на 4000 м/с, что соответствует истинному значению. Представлены гистограммы только для параметров первого слоя третьей зоны, поскольку в силу идентичности алгоритма, гистограммы для остальных ячеек аналогичны друг другу. При переходе к варьированию следующих слоёв в качестве истинных значений предыдущих будем использовать средние значения X . Иными словами, для каждой

из двадцати пяти ячеек строятся гистограммы, аналогичные представленным на рис. 6.3, и вычисляется среднее значение, которое рассматривается как итоговое.

Для количественной оценки качества получаемого результата введём усредненную невязку по параметрам среды между исходной и восстановленной моделями следующим образом:

$$\chi_{c_t}^j = \sqrt{\frac{\sum_i |c_{t_0}^{(i,j)} - c_t^{(i,j)}|^2}{\sum_i (c_t^{(i,j)})^2}}, \quad \chi_{c_t} = \langle \chi_{c_t}^j \rangle \quad (6.2)$$

Восстановленные значения параметров, а также невязка в каждой ячейке для различных вариантов априорной информации представлены на рис. 6.4. и табл. 6.1-6.3, при этом цветовая шкала на рис. 6.4 та же, что и на рис. 6.1.



(рис. 6.4. часть 1)

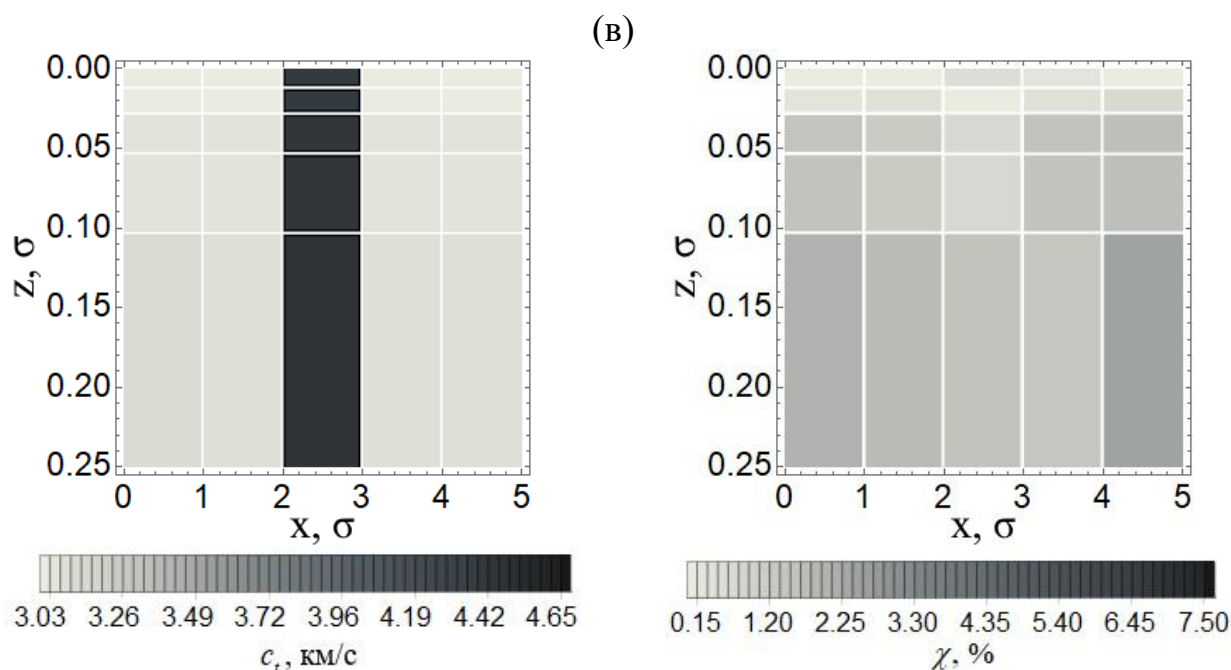


Рис. 6.4. Слева - восстановленные модели среды, справа – распределение невязки для первого (а), второго (б) и третьего (в) варианта априорной информации

Таблица 6.1. Восстановленные значения параметров $c_t^{(i,j)} \pm \sigma_{c_t}$ для первого варианта априорной информации

Слой\Зона	1	2	3	4	5
1	3053 ± 33	3009 ± 32	4006 ± 48	3008 ± 32	3014 ± 32
2	3074 ± 32	3018 ± 32	4016 ± 41	3027 ± 32	3068 ± 52
3	3128 ± 46	3065 ± 37	4114 ± 57	3072 ± 38	3130 ± 40
4	3158 ± 31	3068 ± 32	4156 ± 42	3083 ± 31	3172 ± 32
5	3231 ± 51	3097 ± 35	4242 ± 68	3117 ± 36	3243 ± 55

Таблица 6.2. Восстановленные значения параметров $c_t^{(i,j)} \pm \sigma_{c_t}$ для второго варианта априорной информации

Слой\Зона	1	2	3	4	5
1	3006 ± 32	2996 ± 32	4001 ± 45	2989 ± 31	3005 ± 32
2	3015 ± 28	3010 ± 29	4007 ± 37	3009 ± 28	3031 ± 31
3	3048 ± 33	3020 ± 30	4058 ± 43	3033 ± 30	3058 ± 32
4	3059 ± 31	3041 ± 29	4076 ± 41	3040 ± 33	3074 ± 29
5	3080 ± 34	3041 ± 28	4122 ± 51	3051 ± 31	3104 ± 34

Таблица 6.3. Восстановленные значения параметров $c_t^{(i,j)} \pm \sigma_{c_t}$ для третьего варианта априорной информации

Слой\Зона	1	2	3	4	5
1	3002 ± 39	2995 ± 31	3985 ± 41	3006 ± 33	3000 ± 33
2	3006 ± 30	3014 ± 30	3996 ± 42	3016 ± 32	3020 ± 32
3	3046 ± 31	3038 ± 33	4034 ± 42	3042 ± 31	3052 ± 34
4	3047 ± 31	3036 ± 31	4032 ± 39	3041 ± 33	3050 ± 31
5	3064 ± 37	3055 ± 33	4056 ± 44	3049 ± 31	3072 ± 36

Рис. 6.4. и табл. 6.1-6.3 демонстрируют, что предлагаемый алгоритм позволяет восстановить параметры среды, т.е. решить обратную задачу микросейсмического зондирования. Для первого варианта априорной информации усредненная невязка по параметрам χ_{c_t} составляет около 3%, для второго – около 1.3%, для третьего – около 1%. В первом случае размерность массива, характеризующего априорную информацию, равна 1, во втором – 5, в третьем – 25

Заметим, что невязка в каждой конкретной ячейке увеличивается с глубиной. Это связано с особенностями используемого алгоритма. При переходе к более глубокому слою, ошибка при восстановлении вышележащих слоев накапливается, что влияет на точность восстановления более глубоких горизонтов. Помимо этого, для возможности решения прямой задачи необходимо соблюдение условия нормальной дисперсии из-за чего итоговые значения параметров увеличиваются с глубиной.

Итак, показано, что для относительно простой постановки, для которой, в частности, отсутствует дисперсия, предложенный алгоритм позволяет получить удовлетворительный результат. Проверим работоспособность подхода на примере среды с более сложным распределением параметров (рис. 6.5а). Выберем для использования второй вариант априорной информации, т.е. известную частотную зависимость времени пробега волны вдоль всего профиля, поскольку, с одной стороны, этот вариант позволяет получить достаточно точное решение, а с другой

– демонстрирует эффективность совместного использования данных об амплитудах и временах пробега волны.

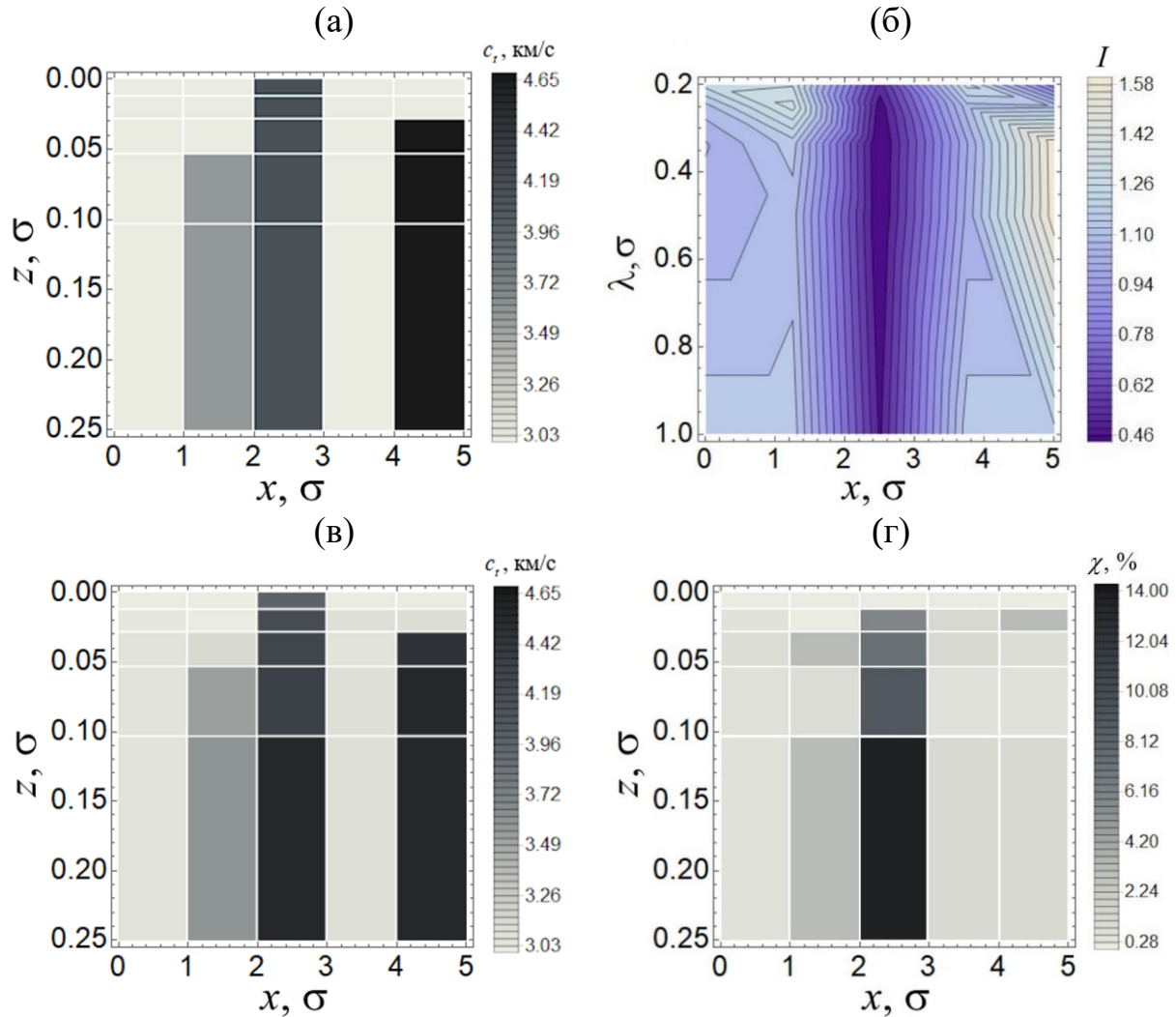


Рис. 6.5. Исходная модель среды (а), распределение относительной интенсивности (б), восстановленная модель среды (в) и распределение невязки по параметрам среды (г)

Таблица 6.4. Восстановленные значения параметров $c_t^{(i,j)} \pm \sigma_{c_t}$ для второго варианта априорной информации

Слой\Зона	1	2	3	4	5
1	2999 ± 29	3001 ± 31	3995 ± 40	2998 ± 31	2999 ± 30
2	3013 ± 31	3007 ± 31	4238 ± 49	3032 ± 34	3092 ± 32
3	3019 ± 34	3088 ± 54	4298 ± 64	3025 ± 30	4476 ± 30
4	3012 ± 30	3471 ± 81	4353 ± 50	3028 ± 30	4536 ± 33
5	3018 ± 31	3605 ± 36	4578 ± 93	3031 ± 31	4560 ± 30

На рис. 6.5в и табл. 6.4 представлены результаты решения обратной задачи. Таким образом, для систем более сложной конфигурации предлагаемый алгоритм также позволяет получить решение с приемлемой точностью. В данном случае усредненная невязка по параметрам между исходной и восстановленной моделью составляет около 2.2%.

6.4. Стохастическая задача

Рассмотрим вопрос об устойчивости получаемого решения. В качестве исходного рассмотрим решение для более простой постановки и будем возмущать исходные данные об интенсивности (рис.1б) случайным образом на несколько процентов от $(\delta - 1\%)$ до δ , где δ принимает фиксированные значения: 1%, 2%, 3%, 4%, 5%. Так, при $\delta = 5\%$ к исходным данным случайным образом прибавляется или отнимается величина в промежутке от 4% до 5% исходного значения. Затем решение для возмущённой постановки сравнивается с исходным, используя невязку (6.2), для трех вариантов априорной информации. На рис. 6.6. представлены данные о получаемой невязке по параметрам при возмущённых исходных данных.

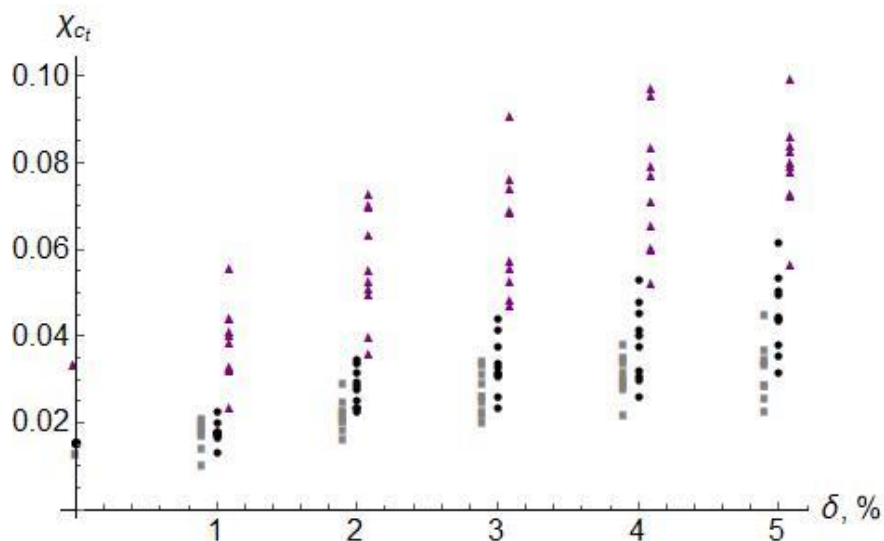


Рис. 6.6. Поведение невязки по параметрам при возмущенных исходных данных для первого (фиолетовые точки), второго (черные точки) и третьего (серые точки) варианта априорной информации

Рис. 6.6. демонстрирует устойчивый характер решения обратной задачи, а также, что при увеличении количества априорной информации решение становится более устойчивым к малым изменениям исходных данных. На рис. 6.6 для наглядности наборы точек для различных случаев смещены по горизонтали, однако в действительности соответствуют одинаковому значению δ .

6.5. Заключение к главе 6

На основе байесовского подхода, а именно его реализации методом Метрополиса–Гастингса, а также послойного восстановления параметров среды продемонстрирована возможность использования предлагаемого аналитического подхода для решения обратной задачи микросейсмического зондирования.

Это показано при обработке синтетических данных микросейсмического зондирования, полученных путем развиваемого авторами аналитического подхода к решению прямой задачи микросейсмического зондирования, примененного для сред с нормальной дисперсией поверхностных волн и достаточным для пренебрежения отражениями ПАВ плавным изменением параметров среды по горизонтали. Параметры исследованных моделей среды выбраны для определенности, а в общем случае допустимы и иные при условии соблюдения упомянутых выше ограничений. Заметим, что при независимом рассмотрении всех трех физических параметров среды для обеспечения единственности решения необходимо добавление еще большей исходной информации.

Рассмотрено три варианта априорной информации: известные значения параметров в одной ячейке верхнего слоя, известная частотная зависимость времени пробега ПАВ вдоль профиля и известные скорости ПАВ в каждой зоне. При этом невязка по параметрам между истинной и восстановленной средой не превышает 3%.

Показано, что предложенное решение обратной задачи микросейсмического зондирования устойчиво, причем при увеличении количества априорной информации, решение становится более устойчивым.

Продemonстрировано, что совместное использование амплитудных и скоростных данных не только повышает точность решения, но и позволяет обеспечить его единственность в ситуации, когда информации лишь об одной характеристике ПАВ недостаточно.

Дальнейшее развитие алгоритма предполагает увеличение числа используемых частот, а также процедуру возврата и варьирования параметров предыдущих слоев с целью получения наиболее правдоподобного результата для существенно неоднородных сред, что является предметом будущих исследований.

Таким образом, обосновывается **четвертое защищаемое положение:**

Разработанный аналитический подход может быть использован при решении обратной задачи микросейсмического зондирования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе поставлены и решены фундаментальные задачи математической геофизики, касающиеся поведения амплитудных характеристик ПАВ в неоднородных средах и открывающие возможности как для совершенствования существующих пассивных поверхностно-волновых методов изучения геофизических сред, так и их объединения друг с другом.

Проведенные исследования позволили получить следующие новые научные результаты:

1. Предложен подход, позволяющий описывать изменение амплитуды ПАВ на поверхности системы при переходе из одной слоистой среды с нормальной дисперсией в другую.
2. Математическая модель была валидирована на переходах ПАВ из однослойной в однослойную и двухслойную системы и из двухслойной в двухслойную с помощью сравнения с результатами численного моделирования.
3. Произведено подробное сравнение аналитического и численного подхода к моделированию прямой задачи микросейсмического зондирования и определена область применения предлагаемой математической модели.
4. Проанализирована чувствительность амплитуды поверхностной волны к изменению скоростей продольных и поперечных волн в многослойной среде и показано, что не существует доминирующего параметра, к которому наиболее чувствительна амплитуда ПАВ на поверхности среды. Вклад различных упругих параметров существенно зависит от выбора модели и частоты.
5. Продемонстрирована возможность применения предлагаемого подхода для систем с произвольной конфигурацией упругих параметров в пространстве и получения синтетических данных ММЗ. Получаемые решения соответствуют результатам численного моделирования. Также показана сходимость решения.
6. На основе алгоритма получения синтетических данных проанализирована возможность его использования для решения обратной задачи. Невязка по параметрам между истинной и восстановленной средой составляет менее 3%.

Кроме того, исследована устойчивость решения в зависимости от типа априорной информации.

Предложенный аналитический подход открывает перспективы дальнейшей разработки темы диссертации, заключающиеся в возможности получать синтетические данные микросейсмического зондирования для сложнопостроенных сред, а также реализации алгоритмов инверсии ММЗ, что позволяет преобразовать его интерпретацию с качественной на количественную.

Рекомендации к дальнейшим исследования по теме диссертации состоят в обобщении математической модели на трехмерный случай и случай аномальной дисперсии, а также анализ и развитие подходов к параметризации, постобработке и решению обратной задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rayleigh J.S. On waves propagated along the plane surface of an elastic solid / Rayleigh J.S. // Proc. Lond. Math. Soc. – 1885. – V. 17. – P. 4-11.
2. Нарышкина, Е.А. Общая теория волн Rayleigh для полупространства / Е.А. Нарышкина // Труды Сейсмол. Ин-та АН СССР. – 1940. – № 90.
3. Шрайбер, Д.С. Ультразвуковая дефектоскопия / Д.С. Шрайбер // Дефектоскопия металлов: сб. ст. – М.: Гос. изд. оборон. пром., 1959. – С. 241-355.
4. Соколинский, А.Г. Способ возбуждения и приема поверхностных волн / А.Г. Соколинский // Авт. свид., 19297. – 1958.
5. Викторov, И.А. О затухании рэлеевских волн на цилиндрических поверхностях / И.А. Викторov // Акуст. журн. – 1961. – Т. 7. – № 1. – С. 21-25.
6. Викторov, И.А. Затухание поверхностных и объемных ультразвуковых волн / И.А. Викторov // Акуст. журн. – 1964. – Т. 10. – № 1. – С. 116-118.
7. Викторov, И.А. Волны типа рэлеевских на цилиндрических поверхностях / И.А. Викторov // Акуст. журн. – 1958. – Т. 4. – № 2. – С. 131-136.
8. Петрашень, Г.И. Задача Рэлея для поверхностных волн в случае сферы / Г.И. Петрашень // ДАН СССР. – 1946. – Т. 52. – № 9. – С. 763-766.
9. Бреховских, Л.М. О распространении поверхностных рэлеевских волн вдоль неровной границы упругого тела / Л.М. Бреховских // Акуст. журн. – 1959. – Т. 5. – №3. – С. 282-289.
10. Быков, Н.С. Экспериментальное исследование влияния качества поверхности на затухание поверхностных волн / Н.С. Быков, Ю.Г. Шнейдер // Акуст. журн. – 1960. – Т.6. – № 4. – С. 501-503.
11. Викторov, И.А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике / Викторov И.А. – М.: Наука, 1966. – 169 с.
12. Lamb, H. On waves in an elastic plate / H. Lamb // Proc. Roy. Soc. A. – 1917. – V. 93. – P. 114.

13. Love, A.E.H. Some problems of geodynamics / A.E.H. Love. – Cambridge University Press, 1911.
14. Красильников, В.А. Поверхностные акустические волны / В.А. Красильников, В.В. Крылов. – М.: Знание, 1985.
15. Бирюков, С.В. Поверхностные акустические волны в неоднородных средах / С.В. Бирюков, Ю.В. Гуляев, В.В. Крылов, В.П. Плесский. – М.: Наука, 1991.
16. Stoneley, R. Elastic waves at the surface of the separation of two solids / R. Stoneley // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1924. – V. 106. – P. 416-428.
17. K. Sezawa, K. Kanai The range of possible existence of Stoneley waves / K. Sezawa, K. Kanai // Bulletin of the Eathquake Research Institute. – 1939. – № 14. – С. 1-7.
18. Scholte, J. G. The Range of Existence of Rayleigh and Stoneley Waves / J. G. Scholte // Geophysical Supplements to the Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 1947. – № 5. – С. 120-126.
19. Thomson, W.T. Transmission of classic waves through a stratified solid material / W.T. Thomson // J. Appl. Phys. – 1950. – V. 21. – № 1. – P. 89-93;
20. Dorman, J. Study of the shear-velocity distribution in the upper mantle by mantle Rayleigh waves / J. Dorman M., Ewing, J. Olivier // Bulletin of the Seismological Society of America. – 1960. – V. 50. – P. 87-115.
21. Dorman, J. Numerical Inversion of seismic surface waves dispersion data and crust-mantle structure in the New York-Pennsylvania area / J. Dorman, M. Ewing // J Geophysical Research. – 1962. – V. 67. – P. 5227-5241.
22. Bullen, K.E. An introduction to the theory of seismology / K.E. Bullen. – Cambridge University Press, 1963.
23. Knopoff, L. Observation and Inversion of Surface wave dispersion / L. Knopoff // Tectonophysics. – 1972. – V. 13. – P. 497-519.
24. Kovach, R.L. Seismic surface waves and crust and upper-mantle structure, Rev. / R.L. Kovach // Geophys and Space Phys. – 1978. – V. 16. – P. 1-13.
25. Викторов, И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах / И.А. Викторов. – М.: Наука, 1981. – 287 с.

26. Разин, А.В. Геоакустика слоистых сред / А.В. Разин, А.Л. Собисевич. – М.: ИФЗ РАН, 2012. – 210 с.
27. Ewing, M. Elastic waves in layered media / M. Ewing, W.S. Jardetzky, F. Press. – New York: McGraw Hill Book Co. Inc., 1957.
28. Жэн, Б.-К. Волны Рэлея и обнаружение низкоскоростных слоев в слоистом полупространстве / Б.-К. Жэн, Л.-Ю. Лу // Акуст. журн. – 2003. – Т. 49. – № 5. – С. 613-625.
29. Ворович, И.И. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей / И.И. Ворович, В.А. Бабешко. – М.: Наука, 1979. – 319 с.
30. Бабешко, В.А. Динамика неоднородных линейно-упругих сред / В.А. Бабешко, Е.В. Глушков, Ж.Ф. Зинченко. – М.: Наука. – 1989. – 343 с.
31. Калинчук, В.В. Об особенностях взаимодействия колеблющегося штампа с неоднородным тяжелым основанием / В.В. Калинчук, И.В. Лысенко, И.Б. Полякова // ПММ. – 1989. – Т. 53. – № 2. – С. 301-308.
32. Гольдштейн, Р.В. Поверхностные акустические волны в диагностике слоистых сред / Р.В. Гольдштейн, С.В. Кузнецов // ПММ. – 2013. – Т. 77. – № 1. – С. 74-82.
33. Глушков, Е.В. Поверхностные волны в материалах с функционально-градиентными покрытиями / Е.В. Глушков, Н.В. Глушкова, С.И. Фоменко, Ч. Жанг // Акуст. журн. – 2012. – Т. 58. – № 3. – С. 370-385.
34. Zhang, B. Study of energy distribution of guided waves in multilayered media / B. Zhang, M. Yu, C.-Q. Lan // J. Acoust. Soc. Amer. – 1998. – V. 103. – P. 125-135.
35. Dziewonski, A.M. A technique for the analysis of transient seismic signals / A.M. Dziewonski, S. Bloch, M. Landisman // Bulletin of the Seismological Society of America. – 1969. – V. 59. – P. 427-444.
36. Szelwis, R. Shallow shear wave velocity estimation from multi-modal Rayleigh waves, in: Shear Wave exploration / R. Szelwis, A. Behle; editors S.H. DanBom, S.N. Domenico. – Geophysical Development Series, 1984. – V. 1. – SEG. – P. 214-226.

37. Gabriels, P. In situ measurements of shear-wave velocity in sediments with higher-mode Rayleigh waves / P. Gabriels, R. Snieder, G. Nolet // *Geophysical Prospecting*. – 1987. – V. 35. – P. 187-196.
38. Socco, L.V. Multimodal Interpretation of Surface Wave Data / L.V. Socco, C. Strobba, S. Foti // 8th Meeting Environmental and Engineering Geophysics Society European Section. – Aveiro, 2002, P. 8 – 14.
39. Parra, J.O. Dispersion and attenuation of acoustic guided waves in layered fluid-filled porous media / J.O. Parra, P. Xu // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1994. – V. 95. – № 1. – P. 91-98.
40. Zhang, B. Study on Mechanism and Inversion of Zigzag Dispersion Curves in Rayleigh Wave Exploration / B. Zhang, B.-X. Xiao, W.-J. Yang, S.-Y. Cao, Y.-G. Mou // *Chinese Journal of Geophysics*. — 2000. — V. 43, № 4. — P. 59.
41. Schwab, F. Surface waves on multi-layered anelastic media / F. Schwab, L. Knopoff // *Bull. Seism. Soc. Amer.* – 1971. – V. 61. – № 4. – P. 893-912.
42. Kundu, T. Elastik waves in a multilayered solid due to a dislocation source / T. Kundu, A.K. Mal // *Wave Motion*. – 1985. – V. 7. – P. 459-471.
43. Glangaud, F. Dispersive seismic waves in geophysics / F. Glangaud, J.L. Mari, J.L. Lacoume, J. Mars, M. Nardin // *Eur. J. Environ. Eng. Geophys.* – 1999. – V. 3. – P. 265-306.
44. Shtivelman, V. Using surface waves for estimating the shear-wave velocities in the shallow subsurface onshore and offshore Israel / V. Shtivelman // *European journal of environmental and engineering geophysics*. – 1999. – V. 4. – P. 17-36.
45. Haskell, N.A. The dispersion of surface waves in multilayered media / N.A. Haskell // *Bull. Seismol. Soc. Am.* – 1953. – V. 43. – P. 17-34.
46. Thomson, W.T. Transmission of classic waves through a stratified solid material / W.T. Thomson // *J. Appl. Phys.* – 1950. – V. 21. – № 1. – P. 89-93.
47. Abo-Zena, A. Dispersion function computations for unlimited frequency values / A. Abo-Zena // *Geophys. J. R. Astron. Soc.* – 1979. – V. 58. – P. 91-105.

48. Menke, W. Comment on "Dispersion function computations for unlimited frequency values" by A. Abo-Zena / W. Menke // *Geophys. J. R. Astron. Soc.* – 1979. – V. 59. – P. 315-323.
49. Dorman, J. Numerical Inversion of seismic surface waves dispersion data and crust-mantle structure in the New York-Pennsylvania area / J. Dorman, M. Ewing // *J Geophysical Research.* – 1962. – V. 67. – P. 5227-5241.
50. Brune, J. Seismic waves and earth structure in the Canadian Shield / J. Brune, J. Dorman // *Bull. Seism. Soc. Am.* – 1963. – V. 53. – P. 169-209.
51. Knopoff, L. Structure of the crust and upper mantle in the Alps from the phase velocity of Rayleigh waves / L. Knopoff, S. Mueller, W.L. Pilant // *Bull. Seism. Soc. Am.* – 1966. – V. 56. – P. 1009-1044.
52. Bloch, S. New techniques for the determination of surface wave phase velocities / S. Bloch, A.L. Hales // *Bull. Seism. Soc. Am.* – 1968. – V. 58. – P. 1021-1036.
53. Landisman, M. Recent improvements in the analysis of surface wave observations / M. Landisman, A. Dziewonski, Y. Sata // *Geophys. J.* – 1969. – V. 17. – P. 369-403.
54. Dziewonski, A.M. A technique for the analysis of transient seismic signals / A.M. Dziewonski, S. Bloch, M. Landisman // *Bulletin of the Seismological Society of America.* – 1969. – V. 59. – P. 427-444.
55. Dziewonski, A.M. Numerical analysis of dispersive seismic waves, in: B.A. Bolt (ed) / A.M. Dziewonski, A.L. Hales // *Methods in computational physics*, Academic Press. – 1972. – V. 11. – P. 271-295.
56. Szelwis, R. Shallow shear wave velocity estimation from multi-modal Rayleigh waves, in: *Shear Wave exploration* / R. Szelwis, A. Behle; editors S.H. DanBom, S.N. Domenico. – Geophysical Development Series, 1984. – V. 1. – SEG. – P. 214-226.
57. Mokhtar, T.A. Seismic velocity and Q model for the shallow structure of the Arabian shield from short-period Rayleigh waves / T.A. Mokhtar, R.B. Herrmann, D.R. Russell // *Geophysics.* – 1988. – V. 53. – P. 1379.

58. Park, C.B. Multichannel analysis of surface waves / C.B. Park, R.D. Miller, J. Xia // *Geophysics*. – 1999. – V. 64. – № 3.
59. Lai, C.G. Inversion of multi-mode effective dispersion curves, Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterials / C.G. Lai, G.J. Rix; eds. M. Jamiolkowski, R. Lancellotta, L.D. Presti. – Balkema, Rotterdam, 1999.
60. Foti, S. Multistation methods for geotechnical characterization using surface waves: Ph.D. dissertation / S. Foti. – Italy, Politecnico di Torino, 2000.
61. Xia, J. Delineation of a collapse of feature in a noisy environment using a multichannel surface wave technique / J. Xia, C. Chen, P.H. Li, M.J. Lewis // *Geotechnique*. – 2004. – V. 54. – № 1. – P. 17-27.
62. Nasser-Moghaddam, A. A new quantitative procedure to determine the location and embedment depth of a void with surface waves / A. Nasser-Moghaddam, G. Cascante, C. Phillips, J. Hutchinson // *SAGEEP Proceedings*. – 2004. – P. 1582.
63. Xu, C.Q. Evaluation of MASW techniques to image steeply dipping cavities in laterally inhomogeneous terrain / C.Q. Xu, S.D. Butt // *Journal of Applied Geophysics*. – 2006. – V. 59. – Issue 2. – P. 106-116.
64. Bohlen, T. Accuracy of heterogeneous staggered-grid finite difference modeling of Rayleigh waves / T. Bohlen, E.H. Saenger // *Geophysics*. – 2006. – V. 71. – P. 109.
65. Nasser-Moghaddam, A. Effects of underground cavities on Rayleigh waves-field and numerical experiments / A. Nasser-Moghaddam, G. Cascante, C. Phillips, J. Hutchinson // *Soil dynamics and earthquake engineering*. – 2007. – V. 27. – P. 300.
66. Xu, C.Q. Seismic Rayleigh wave method for localizing and imaging subsurface cavities in extensively exploited districts / C.Q. Xu, S.D. Butt, P.J.C. Ryall // *Proceedings EGS Annual Meeting*. – 2008. – P. 662-678.
67. Tallavo, F. Experimental and numerical analysis of MASW tests for detection of buried timber trestles / F. Tallavo, G. Cascante, M. Pandey // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. – 2009. – V. 29. – P. 91-102.
68. Heisey, J.S. Moduli of pavement systems from spectral analysis of surface waves / J.S. Heisey, K.H. Stokoe, A.H. Meyer // *Transportation Research Record*. – 1982. – № 852. – P. 22-31.

69. Tokimatsu, K. Geotechnical site characterization using surface waves / K. Tokimatsu // Proceedings of 1st International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, IS-Tokyo'95. – Balkema, Rotterdam, 1995. – P. 1333-1368.
70. Королева, Т.Ю. Использование сейсмического шума для определения структуры верхней толщи Земли / Королева Т.Ю., Т.Б.Яновская, С.С.Патрушева // Физика Земли. – 2009. – №5. – С. 1-12.
71. Горбатилов, А.В. Специфика применения метода микросейсмического зондирования в инженерных задачах / А.В. Горбатилов, М.Ю. Степанова, А.Н. Камшилиев // Вопросы инженерной сейсмологии. – 2008. – Т. 35. – №2. – С. 25-30.
72. Gorbatikov, A.V. The El Hierro Island (Canaries) Model Refinement On Base of Microseismic Sounding Application Results / A.V. Gorbatikov, J. Arnoso, A.V. Kalinina, F.G. Montesinos, M. Benavent // International Workshop on Ocean Island Volcanism. – Cape Verde Islands. – 2 to 9 April 2005.
73. Gorbatikov, A.V. The Microseismic Sounding Method: Application for the study of the buried diatreme structure / A.V. Gorbatikov, N.V. Larin, E.I. Moiseev, A.V. Belyashov // Doklady Earth Sciences. – 2009. – V. 428. – №. 7. – P. 1222-1226.
74. Ириняков, Е.Н. Применение технологии низкочастотной пассивной сейсморазведки для поиска залежей углеводородов в сложных геологических условиях / Е.Н. Ириняков, С.А. Михайлов, И.Р. Хабибуллин // SPE 117428, Российская нефтегазовая конференция. – Москва. – 28-30 октября 2008.
75. Садовский, М.А. Новые методы сейсмической разведки. Перспективы развития / М.А. Садовский, А.В. Николаев // Вестник АН СССР. – 1982. – №1. – С. 57-64.
76. Горбатилов, А. Мониторинг объектов нефтегазового комплекса методом микросейсмического зондирования / А. Горбатилов, А. Калинина, С. Моисеенко, А. Постнов, С. Одинцов, О. Ширягин, В. Сидоров // Технологии ТЭК. – 2004. – №1(14). – С. 20-26. – Изд. "Нефть и капитал".

77. Горбати́ков, А.В. Применение микросейсмического зондирования в задачах контроля объектов нефтегазового комплекса / А.В. Горбати́ков, А.В. Калинина, А.В. Постнов, С.А. Моисеенко, С.Л. Одинцов, О.А. Ширягин, В.А. Сидоров // Материалы ТУ Международного Рабочего совещания "Геодинамика в решении экологических проблем развития нефтегазового комплекса". – М.: ООО "ИРЦ Газром", 2004. – Т. 2. – С. 68-80.
78. Alexandrov, S.I. A new processing technique for passive seismic monitoring of hydrocarbon reservoirs / S.I. Alexandrov, G.N. Gogonenkov, V.A. Mishin, D.J. Tessman // SEG Moscow Workshop. – September 1-4, 2003. – Society of Exploration Geophysicists, Expanded Abstracts, 0S13.
79. Gorbatikov, A.V. Microseismic sounding in the oil and gas complex objects control problems / A.V. Gorbatikov, A.V. Kalinina, V.A. Sidorov, A.V. Postnov, A.L. Odintsov // EAGE 66th Conference and Exhibition. – Paris, France. – 7-10 June 2004. – P. 221.
80. Голицин, Б.Б. Лекции по сейсмометрии / Б.Б. Голицин. – СПб.: Типография Императорской АН, 1912. – 654 с.
81. Omote, S. Some considerations for the relation between microtremors and underground structure / S. Omote, N. Nakajima // Bull. Int. Inst. Seism. Earthquake Eng. – 1973. – № 11. – P. 9-19.
82. Wiechert, E. Verhandlungen der zweiten Internationalen Seismologischen Konferenz / E. Wiechert // Gerl.Beitr. Geophys. Ergänzungsband 2. – 1904.
83. Гутенберг, Б. Основы сейсмологии / Б. Гутенберг; пер. Г.А. Гамбурцева. – М.: Изд-во НКТП СССР, 1935.
84. Bard, P. Microtremor measurements: A tool for the effect estimation? The effects of surface geology on seismic motion / P. Bard // Balkeman. – Rotterdam, 1999. – IBSN 90 5809 030 2.
85. Bromirski, P.D. Vibrations from the "Perfect Storm" / P.D. Bromirski // Geochem., Geophys., Geosyst. – 2001. – V.2. – Paper № 2000GC000119.
86. Okada, H. The Microtremor Survey Method / H. Okada, K. Suta // Society of Exploration Geophysicists, 2003. – P. 150.

87. Антоненко, Э.М. О природе высокочастотных микросейсм / Э.М. Антоненко, Е.Ф. Саваренский // Изв. АН Каз.ССР, серия геология. – 1963. – №54. – Т. 3. – С. 81-90.
88. Горбатилов, А.В. Опыт использования микросейсм для оценки состояния верхней части земной коры / А.В. Горбатилов, В.Л. Барабанов // Физика Земли. – 1993. – №7. – С. 85-90.
89. Гордеев, Е.И. Применение штормовых микросейсм для изучения верхнего строения земной коры / Е.И. Гордеев, В.Н. Чебров // Вулканоология и сейсмология. – 1979. – №2. – С. 37-42.
90. Николаев, А.В. Возможности исследования сред со случайным распределением неоднородностей и в присутствии микросейсм / А.В. Николаев // Изв. АН СССР, физика Земли. – 1968. – №6. – С. 26-28.
91. Asten, M.W. Geological control on the three-component spectra of Rayleigh-wave microseisms / M.W. Asten // Bull. Seismol. Soc. Amer. – 1978. – V.68. – № 26. – P. 1623-1636.
92. Hough, S.E. Ambient noise and weak-motion excitation of sediment resonances: results from the Tiber valley / S.E. Hough, L. Seeber, A. Rovelli, L. Malagnini, A. DeCesare, G. Seveggi, A. Lerner-Lam // Italy, Bull. Seism. Soc. Am. – 1992. – 82. – P. 1186-1205.
93. Irikura, K. Characteristics of microtremors on ground with discontinuous underground structure / K. Irikura, T. Kawanaka // Bull. Discs. Prev.Inst. Kyoto Univ. – 1980. – 30-3. – P. 81-96.
94. Lacoss, R.T. Estimation of seismic noise structure using arrays / R.T. Lacoss, E.J. Kelly, M.N. Toksoz // Geophysics. – 1969. – V. 1. – № 34. – P. 21-38.
95. Omote, S. Some considerations for the relation between microtremors and underground structure / S. Omote, N. Nakajima // Bull. Int. Inst. Seism. Earthquake Eng. – 1973. – № 11. – P. 9-19.
96. Sato, T. Array measurements of high frequency microtremors for underground structure estimation / T. Sato, H. Kawase, M. Matsui, S. Kataoki // InProc. 4-th Conf. on Seismic Zonation. – Standford, California, 1991. – V. 2. – P. 409-415.

97. Горбати́ков, А.В. Закономерности формирования микросейсмического поля под влиянием локальных геологических неоднородностей и зондирование среды с помощью микросейсм / А.В. Горбати́ков, М.Ю. Степанова, Г.Е. Кораблев // Физика Земли. – 2008. – №7. – С. 66-84.
98. Jones, R.B. Surface wave technique for measuring the elastic properties and thickness of roads: theoretical development / R.B. Jones // British J. of Applied Physics. – 1962. – V. 13
99. Ballard, R.F. Determination of soil shear moduli at depth by in situ vibratory techniques, Waterways Experiment Station / R.F. Ballard // Miscellaneous Paper. – 1964. – № 4-691.
100. Nazarian, S. In situ shear wave velocities from Spectral Analysis of Surface Waves / S. Nazarian, K.H. Stokoe // Proceedings of the 8th World Conference on Earthquake Engineering, Prentice-Hall, Inc. – New Jersey: Englewood Cliffs, 1984. – V. 3. – P. 31-38.
101. Stokoe, K.H.II. In situ seismic testing with surface waves / K.H.II Stokoe, G.J. Rix, S. Nazarian // Proceedings of the 12th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering. – Rio De Janiero, 1989. – P. 331-334.
102. Stokoe, K.H.II. Characteri-zation of geotechnical sites by SASW method / K.H.II Stokoe, S.G. Wright, J.A. Bay, J.M. Roësset // Geophysical Characterization of Sites, ed. R. D.Woods. – New Delhi, India: Oxford & IBH Pub. Co., 1994. – P. 15-25.
103. Sanchez-Salinero, I. Analytical investigation of seismic methods used for engineering applications: Ph.D. dissertation / I. Sanchez-Salinero. – USA, University of Texas at Austin, 1987.
104. Lai, C.G. Spectral analysis of surface waves active methods technical recommendations / C.G. Lai // Rivista Italiana di geotecnica. – 2000. – V. 4
105. Shahram, P. A New Inversion Procedure for Spectral Analysis of Surface Waves Using a Genetic Algorithm / P. Shahram, Z. Morteza // Bulletin of the Seismological Society of America. – 2005. – V. 95. – № 5.

106. Park, C.B. Multichannel analysis of surface waves (MASW) / C.B. Park, R.D. Miller, J. Xia // *Geophysics*. – 1999. – V. 64. – № 3. – P. 800–808.
107. Park, C. MASW for geotechnical site investigation // *The Leading Edge*. – 2013. – V. 32. – № 6. – P. 593–724.
108. Foti, S. On the efficiency of the multi-channel analysis of surface wave method for shallow and semi-deep loose soil layers / S. Foti, C. Comina, D. Boiero // *Geophysical Journal International*. – 2011. – V. 186. – № 3. – P. 1497–1506.
109. Banab, K.K., Motazedian, D. On the Efficiency of the Multi-Channel Analysis of Surface Wave Method for Shallow and Semi-Deep Loose Soil Layers // *International Journal of Geophysics*. – 2010. – V. 2010. – № 2.
110. Xu, Y., Xia, J., Miller, R.D. Quantitative estimation of minimum offset for multichannel surface-wave survey with actively exciting source // *Journal of Applied Geophysics*. – 2006. – V. 59. – № 2. – P. 117–125.
111. Okada, H. The Microtremor Survey Method. // *Geology, Physics* – 2003.
112. Louie, J. Faster, Better: Shear-Wave Velocity to 100 Meters Depth From Refraction Microtremor Arrays // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 2001. – V. 91. – № 2.
113. Park, C. Multichannel analysis of surface waves (MASW) - Active and passive methods / C. Park, R.D. Miller, J. Xia, J. Ivanov // *The Leading Edge*. – 2007. – V. 26. – № 1.
114. Cheng, F. Multichannel analysis of passive surface waves based on crosscorrelations / F. Cheng, J. Xia, Y. Luo, Z. Xu, L. Wang, C. Shen, R. Liu, Y. Pan, B. Mi, Y. Hu // *Geophysics*. – 2016. – V. 81. – № 5. – P. EN57–EN66.
115. Okada, H. Theory of efficient array observations of microtremors with special reference to the SPAC method / H. Okada // *Exploration Geophysics*. – 2006. – V. 37. – № 1. – P. 73-85.
116. Park, C. Combined Use of Active and Passive Surface Waves / C. Park, R.D. Miller, N. Ryden, J. Xia, J. Ivanov // *Journal of Environmental & Engineering Geophysics*. – 2005. – V. 10. – № 3. – P. 323-334.

117. Park, C. Roadside Passive Multichannel Analysis of Surface Waves (MASW) / C. Park, R.D. Miller // *Journal of Environmental & Engineering Geophysics*. – 2008. – V. 13. – № 1.
118. Taipodia, J. A Review of Active and Passive MASW Techniques / J. Taipodia, A. Dey // *EGCEG 2012, National Workshop on Engineering Geophysics for Civil Engineering and GeoHazards*. – 2012. – Roorkee, India.
119. Eker, A.M. Local site characterization and seismic zonation study by utilizing active and passive surface wave methods: A case study for the northern side of Ankara, Turkey / A.M. Eker, H. Akgun, M. Kockar // *Engineering Geology*. – 2012. – V. 151. – № 1. – P. 64-81.
120. Foti, S. Reliability of combined active and passive surface wave methods / S. Foti, D. Boiero, C. Comina // *Rivista Italiana di Geotecnica*. – 2007. – № 1.
121. Park, C. Combined Use of Active and Passive Surface Waves / C. Park, R.D. Miller, N. Ryden, J. Xia, J. Ivanov // *Journal of Environmental & Engineering Geophysics*. – 2005. – V. 10. – № 3. – P. 323-334.
122. Yoon, S. Combined active-passive surface wave measurements at five sites in the Western and Southern US / S. Yoon // *KSCE Journal of Civil Engineering*. – 2011. – V. 15. – № 5. – P. 823-830.
123. Liu, Y. Combining Active- and Passive-Source Measurements to Profile Shear Wave Velocities for Seismic Microzonation / Y. Liu, B. Luke, S. Pullammanappallii, J. Louie, J. Bay // *Proceedings of the Geo-Frontiers 2005 Conference*. – 2005.
124. Xia, J. Inversion of high frequency surface waves with fundamental and higher modes / J. Xia, R.D. Miller, C. Park, G. Tian // *Journal of Applied Geophysics*. – 2003. – V. 52. – № 1. – P.
125. Rahimi, S. Performance of Different Transformation Techniques for MASW Data Processing Considering Various Site Conditions, Near-Field Effects, and Modal Separation / S. Rahimi, C.M. Wood, D. Teague // *Surveys in Geophysics*. – 2021. – V. 42. – № 1.

126. Tremblay, S.-P. Practical considerations for array-based surface-wave testing methods with respect to near-field effects and shear-wave velocity profiles / S.-P. Tremblay, M. Karray // *Journal of Applied Geophysics*. – 2019. – V. 171.
127. Roy, N. Near-field effects on site characterization using MASW technique / N. Roy, R.S. Jakka // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. – 2017. – V. 97. – № 1. – P. 289-303.
128. Tokimatsu, K. Effects of Multiple Modes on Rayleigh Wave Dispersion Characteristics / K. Tokimatsu, S. Tamura, H. Kojima // *Journal of Geotechnical Engineering*. – 1992. – V. 118. – № 10. – P. 1529.
129. Gao, L. Reason and Condition for Mode Kissing in MASW Method / L. Gao, J. Xia, Y. Pan // *Pure and Applied Geophysics*. – 2016. – V. 173. – P. 1627–1638.
130. Zhang, S.X. Possible effects of misidentified mode number on Rayleigh wave inversion / S.X. Zhang, L.S. Chan // *Journal of Applied Geophysics*. – 2003. – V. 53. – № 1. – P. 17-29.
131. Beaty, K.S. Simulated annealing inversion of multimode Rayleigh wave dispersion curves for geological structure / K.S. Beaty, D.R. Schmitt, M. Sacchi // *Geophysical Journal International*. – 2002. – V. 151. – № 2. – P. 622-631.
132. Park, C. Imaging dispersion curves of surface waves on multi-channel record / C. Park // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. – 1999. – V. 17. – № 1.
133. Park, C.B. Imaging Dispersion Curves of Passive Surface Waves / Choon B. Park, Richard D. Miller, David Laflen, Brett Bennett, Julian Ivanov, Cabrilo Neb, R. Huggins // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. – 2004.
134. Foti, S. Application of Surface-Wave Methods for Seismic Site Characterization / S. Foti, S. Parolai, D. Albarello, M. Picozzi // *Surveys in Geophysics*. – 2011. – V. 32. – № 6. – P. 777-825.
135. Lai, C.G. Simultaneous measurement and inversion of surface wave dispersion and attenuation curves / C.G. Lai, G.J. Rix, S. Foti, V. Roma // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. – 2002. – V. 22. – № 9. – P. 923-930.

136. Cheng, F. Automated Data Selection in the Tau–p Domain: Application to Passive Surface Wave Imaging / F. Cheng, J. Xia, M. Behm, Yue Hu, Jingyin Pang // *Surveys in Geophysics*. – 2019. – V. 40. – P. 1211–1228.
137. Olafsdottir, E.A. Tool for analysis of multichannel analysis of surface waves (MASW) field data and evaluation of shear wave velocity profiles of soils / E.A. Olafsdottir, S. Erlingsson, B. Bessason // *Canadian Geotechnical Journal*. – 2018. – V. 55. – № 2. – P. 217-233.
138. Cox, B.R. Layering ratios: a systematic approach to the inversion of surface wave data in the absence of a priori information / B.R. Cox, D.P. Teague // *Geophysical Journal International*. – 2016. – V. 207. – № 1. – P. 422-438.
139. Mi, B. Horizontal resolution of multichannel analysis of surface waves / B. Mi, J. Xia, C. Shen, L. Wang, Y. Hu, F. Cheng // *Geophysics*. – 2017. – V. 82. – № 3.
140. C. B. Park, “MASW horizontal resolution in 2D shear-velocity (Vs) mapping,” *Kansas Geologic Surv.*, V. 36, P. 11, Feb. 2005.
141. Яновская, Т.Б. Поверхностно-волновая томография в сейсмологических исследованиях / Яновская Т.Б. – М.: Наука, 2015.
142. Яновская, Т.Б. Методика комплексирования поверхностно-волновой томографии и результатов метода приемных функций при изучении скоростного разреза верхней мантии / Т.Б. Яновская // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Науки о Земле*. – 2020. – № 2. – С. 3-9.
143. Shapiro, N. High-Resolution Surface-Wave Tomography from Ambient Seismic Noise / N. Shapiro, M. Campillo, L. Stehly, M. Ritzwoller // *Science*. – 2005. – V. 307. – № 5715. – P. 1615-1618.
144. Nishida, K. Ambient noise multimode surface wave tomography / K. Nishida, R. Takagi, A. Takeo // *Progress in Earth and Planetary Science*. – 2024. – V. 11.
145. Ponomarenko, A.V. The Application of Surface Wave Tomography in Engineering Geophysical Surveys at Water Areas / A.V. Ponomarenko, V. Polovkov, I. Levin, A. Kudinov, V. Troyan // *In: Problems of Geocosmos – International Conference and School Proceedings*. – 2023.

146. Presnov D. A., Sobisevich A. L., Shurup A. S. Model of the geoacoustic tomography based on surface-type waves // *Physics of Wave Phenomena*. — 2016. — V. 24, № 3. — P. 249–254.
147. Королева, Т.Ю. Использование сейсмического шума для определения структуры верхней толщи Земли / Королева Т.Ю., Яновская Т.Б., Патрушева С.С. // *Физика Земли*. — 2009. — № 5. — С. 3–14.
148. Snieder, R. Extracting the Green's function from the correlation of coda waves: a derivation based on stationary phase / R. Snieder // *Phys. Rev. E*. — 2004. — V. 69. — 046610.
149. Bard, P.-Y. A review of the microtremor horizontal-to-vertical spectral ratio (MHVSR) method / P.-Y. Bard // *Journal of Seismology*. — 2022.
150. Y. Nakamura A Method for Dynamic Characteristics Estimation of Subsurface using Microtremor on the Ground Surface / Y. Nakamura // *Railway Technical Research Institute, Quarterly Reports*. — 1989. — № 30. — С. 25-33.
151. Molnar, S. Application of Microtremor Horizontal-to-Vertical Spectral Ratio (MHVSR) Analysis for Site Characterization: State of the Art / S. Molnar, J.F. Cassidy, S. Castellaro, C. Cornou, H. Crow, J.A. Hunter, S. Matsushima, F.J. Sánchez-Sesma, A. Yong // *Surveys in Geophysics*. — 2018. — V. 39. — № 2.
152. Haghshenas, E. Empirical evaluation of microtremor H/V spectral ratio / E. Haghshenas, P.-Y. Bard, N. Theodoulidis, K. Atakan, F. Cara, C. Cornou, G. Cultrera, G. Di Giulio, P. Dimitriu, D. Făh, R. De Franco, A. Marcellini, M. Pagani, A. Rovelli, A. Savvaidis, A. Tento, S. Vidal, S. Zacharopoulos // *Bulletin of Earthquake Engineering*. — 2008. — V. 6. — № 1. — P. 75-108.
153. Fernandez, L. M. The reference spectral noise ratio method to evaluate the seismic response of a site / L. M. Fernandez, M. B. C. Brandt // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. — 2000. — V. 20, № 5–8. — P. 381–388
154. Noguchi, T. Determination of subsurface structure of Tottori plain using microtremors and gravity anomaly / T. Noguchi, R. Nishida // *Journal of Natural Disaster Science*. — 2002. — V. 24. — № 1. — P. 1–13.

155. Bonnefoy-Claudet, S. The nature of noise wavefield and its applications for site effects studies: A literature review / S. Bonnefoy-Claudet, F. Cotton, P.-Y. Bard // *Earth-Science Reviews*. – 2006a. – V. 79. – P. 205–227.
156. Давыдов, В.И. Малоглубинное сейсмическое зондирование на основе изучения эллиптичности микросейсм // *Георесурсы*. – 2019. – V. 21. – № 1. – P. 78-85.
157. Parolai, S. Are Transients Carrying Useful Information for Estimating H/V Spectral Ratios? / S. Parolai, M. Picozzi, A. Strollo, M. Pilz, D. Di Giacomo, B. Liss, D. Bindi // *Increasing Seismic Safety by Combining Engineering Technologies and Seismological Data. NATO Science for Peace and Security Series C: Environmental Security*. – Dordrecht: Springer, 2009. – P. 25-36.
158. Kawase, H. Direct evaluation of S-wave amplification factors from microtremor H/V ratios: Double empirical corrections to "Nakamura" method / H. Kawase, F. Nagashima, K. Nakano, Y. Mori // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. – 2018. – V. 126. – № 3.
159. Ito, E. A Method to Directly Estimate S-Wave Site Amplification Factor from Horizontal-to-Vertical Spectral Ratio of Earthquakes (eHVSRS) / E. Ito, K. Nakano, F. Nagashima, H. Kawase // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 2020. – V. 110. – № 6.
160. Woolery, E.W. 3D near-surface soil response from H/V ambient-noise ratios / E.W. Woolery, R. Street // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. – 2002. – V. 22. – № 9-12. – P. 865-876.
161. Tran, T. On the relationship of peaks and troughs of the ellipticity (H/V) of Rayleigh waves and the transmission response of single layer over half-space models / T. Tran, P. Malischewsky, F. Scherbaum // *Geophysical Journal International*. – 2011. – V. 184. – № 2. – P. 793-800.
162. Marano, S. Retrieval of Rayleigh Wave Ellipticity from Ambient Vibration Recordings / S. Marano, M. Hobiger, D. Fah // *Geophysical Journal International*. – 2017. – V. 209. – № 1.

163. Malischewsky, P. Love's formula and H/V-ratio (ellipticity) of Rayleigh waves / P. Malischewsky, F. Scherbaum // *Wave Motion*. – 2004. – V. 40. – № 1. – P. 57-67.
164. Arai, H. Effects of Rayleigh and Love waves on microtremor H/V spectra / H. Arai, K. Tokimatsu // *Proceedings of the 12th World Conference on Earthquake Engineering*. – 2000. – Auckland, New Zealand. – Paper No. 2232.
165. Arai, H. Effects of Rayleigh and Love waves on microtremor H/V spectra / H. Arai, K. Tokimatsu // *Proceedings of the 12th World Conference on Earthquake Engineering*. – 2000. – Auckland, New Zealand. – Paper № 2232.
166. Endrun, B. Love wave contribution to the ambient vibration H/V amplitude peak observed with array measurements / B. Endrun // *Journal of Seismology*. – 2011. – V. 15. – P. 443-472.
167. Konno, K. Ground-motion characteristics estimated from spectral ratio between horizontal and vertical components of microtremor / K. Konno, T. Ohmachi // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 1998. – V. 88. – № 1. – P. 228-241.
168. Wu, H. Application of a simplified calculation for full-wave microtremor H/V spectral ratio based on the diffuse field approximation to identify underground velocity structures / H. Wu, K. Masaki, K. Irikura, F.J. Sánchez-Sesma // *Earth, Planets and Space*. – 2017. – V. 69. – № 1.
169. Sánchez-Sesma, F.J. A theory for microtremor H/V spectral ratio: Application for a layered medium / F.J. Sánchez-Sesma, M. Rodríguez, U. Iturraran-Viveros, F. Luzón, M. Campillo, L. Margerin, A. Garcia-Jerez, M. Suárez, M.A. Santoyo, A. Rodríguez-Castellanos // *Geophysical Journal International*. – 2011. – V. 186. – № 1. – P. 221-225.
170. Lunedel, E. Horizontal-to-vertical spectral ratios from a full-wavefield model of ambient vibrations generated by a distribution of spatially correlated surface sources / E. Lunedel, D. Albarello // *Geophysical Journal International*. – 2015. – V. 201. – № 2.

171. Lunedei, E. Theoretical HVSR curves from full wavefield modelling of ambient vibrations in a weakly dissipative layered Earth / E. Lunedei, D. Albarello // *Geophysical Journal International*. – 2010. – V. 181. – № 2. – P. 1093-1108.
172. Lontsi, A.M. A generalized theory for full microtremor horizontal-to-vertical [H/V(z,f)] spectral ratio interpretation in offshore and onshore environments / A.M. Lontsi, A. Garcia-Jerez, J.C. Molina-Villegas, F.J. Sanchez-Sesma, C. Molkenhuth, M. Ohmberger, F. Kruger, R. Wang, D. Fah // *Geophysical Journal International*. – 2019. – V. 218. – № 2. – P. 1276 - 1297.
173. Kawase, H. Applicability of Theoretical Horizontal-to-Vertical Ratio of Microtremors Based on the Diffuse Field Concept to Previously Observed Data / H. Kawase, S. Matsushima, T. Satoh, F.J. Sánchez-Sesma // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 2015. – V. 105. – № 6.
174. Tchawe, F. On the use of the coda of seismic noise autocorrelations to compute H/V spectral ratios / F. Tchawe, B. Froment, M. Campillo, L. Margerin // *Geophysical Journal International*. – 2019. – V. 220. – № 3.
175. Chatelain, J.-L. Evaluation of the influence of experimental conditions on H/V results from ambient noise / J.-L. Chatelain, B. Guillier, F. Cara, A.-M. Duval // *Bulletin of Earthquake Engineering*. – 2008. – V. 6. – № 1. – P. 33-74.
176. Cheng, T. Estimating Unbiased Statistics for Fundamental Site Frequency Using Spatially Distributed HVSR Measurements and Voronoi Tessellation / T. Cheng, M.M. Hallal, J.P. Vantassel, B.R. Cox // *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. – 2021. – V. 147. – № 8.
177. Cheng, T. A statistical approach to account for azimuthal variability in single-station HVSR measurements / T. Cheng, B.R. Cox, J.P. Vantassel, L. Manuel // *Geophysical Journal International*. – 2020. – V. 223. – № 2. – P. 1040-1053.
178. Fukushima, Y. Site Classification Using Horizontal-to-vertical Response Spectral Ratios and its Impact when Deriving Empirical Ground-motion Prediction Equations / Y. Fukushima, L.F. Bonilla, O. Scotti, J. Douglas // *Journal of Earthquake Engineering*. – 2007. – V. 11. – № 5. – P. 712-724.

179. Guillier, B. Influence of instruments on the H/V spectral ratios of ambient vibrations / B. Guillier, K. Atakan, J.-L. Chatelain, J. Havskov, M. Ohmberger, F. Cara, A.-M. Duval, S. Zacharopoulos, P. Teves-Costa, The SESAME Team // *Bulletin of Earthquake Engineering*. – 2008. – V. 6. – № 1. – P. 3-31.
180. Matsushima, S. The Effect of Lateral Heterogeneity on Horizontal-to-Vertical Spectral Ratio of Microtremors Inferred from Observation and Synthetics / S. Matsushima, T. Hirokawa, F. De Martin, H. Kawase, F.J. Sánchez-Sesma // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 2014. – V. 104. – № 1.
181. Albarello, D. Combining horizontal ambient vibration components for H/V spectral ratio estimates / D. Albarello, E. Lunedei // *Geophysical Journal International*. – 2013. – V. 194. – № 2. – P. 936-951.
182. Albarello, D. Detection of Spurious Maxima in the Site Amplification Characteristics Estimated by the HVSR Technique / D. Albarello // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 2001. – V. 91. – № 4. – P. 718-724.
183. Mucciarelli, M. The stability of the horizontal-to-vertical spectral ratio of triggered noise and earthquake recordings / M. Mucciarelli, M.R. Gallipoli, M. Arcieri // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 2003. – V. 93. – № 3. – P. 1407-1412.
184. Parolai, S. Effect of Transient Seismic Noise on Estimates of H/V Spectral Ratios / S. Parolai, J.J. Galiana-Merino // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 2006. – V. 96. – № 1. – P. 228-236.
185. Picozzi, M. Statistical Analysis of Noise Horizontal-to-Vertical Spectral Ratios (HVSR) / M. Picozzi // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 2005. – V. 95. – № 5. – P. 1779-1786.
186. Cox, B.R. A statistical representation and frequency-domain window-rejection algorithm for single-station HVSR measurements / B.R. Cox, J.P. Vantassel, T. Cheng, L. Manuel // *Geophysical Journal International*. – 2021. – V. 221. – № 3. – P. 2170-2183.

187. D'Alessandro, A. Selection of Time Windows in the Horizontal-to-Vertical Noise Spectral Ratio by Means of Cluster Analysis / A. D'Alessandro // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 2016. V. 106. – № 2. – P. 560-574.
188. Vallianatos, F. HVSR Technique Improvement Using Redundant Wavelet Transform / F. Vallianatos, G. Hloupis // In: Mucciarelli, M., Herak, M., Cassidy, J. (eds). *Increasing Seismic Safety by Combining Engineering Technologies and Seismological Data*. NATO Science for Peace and Security Series C: Environmental Security. – Dordrecht: Springer, 2009. – P. 113-126.
189. Lachet, C.D. Numerical and Theoretical Investigations on the Possibilities and Limitations of Nakamura's Technique / C.D. Lachet, P.-Y. Bard // *Journal of Physics of the Earth*. – 1994. – V. 42. – № 5. – P. 377-397.
190. Hinzen, K.-G. On the resolution of H/V measurements to determine sediment thickness, a case study across a normal fault in the Lower Rhine Embayment, Germany / K.-G. Hinzen, B. Weber, F. Scherbaum // *Journal of Earthquake Engineering*. – 2004. – V. 8. – № 6. – P. 909-926.
191. Gueguen, P. On the Limitation of the H/V Spectral Ratio Using Seismic Noise as an Exploration Tool: Application to the Grenoble Valley (France), a Small Apex Ratio Basin / P. Gueguen, C. Cornou, S. Garambois, J. Banton // *Pure and Applied Geophysics*. – 2007. – V. 164. – P. 115-134.
192. Lontsi, A.M. Full microtremor H/V(z, f) inversion for shallow subsurface characterization / A.M. Lontsi, F.J. Sánchez-Sesma, J.C. Molina-Villegas, M. Ohmberger, F. Kruger // *Geophysical Journal International*. – 2015. – V. 202. – P. 298-312.
193. Hobiger, M. Ground structure imaging by inversions of Rayleigh wave ellipticity: Sensitivity analysis and application to European strong-motion sites / M. Hobiger, C. Cornou, M. Wathelet, G. Di Giulio, B. Knapmeyer-Endrun, F. Renalier, P.-Y. Bard, A. Savvaidis, S. Hallemikael, N. Le Bihan, M. Ohrnberger, N. Theodoulidis // *Geophysical Journal International*. – 2013. – V. 192. – № 1. – P. 207-229.
194. Garcia-Jerez, A. A computer code for forward calculation and inversion of the H/V spectral ratio under the diffuse field assumption / A. Garcia-Jerez, J. Piña-Flores,

- F.J. Sánchez-Sesma, F. Luzón, M. Perton // *Computers & Geosciences*. – 2016. – V. 97. – P. 67-78.
195. Cipta, A. Seismic velocity structure of the Jakarta Basin, Indonesia, using trans-dimensional Bayesian inversion of horizontal-to-vertical spectral ratios / A. Cipta, P.R. Cummins, J. Dettmer, E. Saygin, M. Irsyan, A. Rudyanto, J. Murjaya // *Geophysical Journal International*. – 2018. – V. 215. – № 1. – P. 431-449.
 196. Castellaro, S. The Effect of Velocity Inversions on H/V / S. Castellaro, F. Mulargia // *Pure and Applied Geophysics*. – 2009. – V. 166. – P. 567-592.
 197. Castellaro, S. VS30 Estimates Using Constrained H/V Measurements / S. Castellaro, F. Mulargia // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 2009. – V. 99. – № 2A. – P. 761-773.
 198. Arai, H. S-Wave Velocity Profiling by Joint Inversion of Microtremor Dispersion Curve and Horizontal-to-Vertical (H/V) Spectrum / H. Arai, K. Tokimatsu // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 2005. – V. 95. – № 5. – P. 1766-1778.
 199. Arai, H. S-Wave Velocity Profiling by Inversion of Microtremor H/V Spectrum / H. Arai, K. Tokimatsu // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 2004. – V. 94. – № 1. – P. 53-63.
 200. Spica, Z. Shallow Vs Imaging of the Groningen Area from Joint Inversion of Multi-Mode Surface Waves and H/V Spectral Ratios / Z. Spica, M. Perton, N. Nakata, X. Liu, G.C. Beroza // *Seismological Research Letters*. – 2018. – V. 89. – № 5.
 201. Pina-Flores, J. The inversion of spectral ratio H/V in a layered system using the Diffuse Field Assumption (DFA) / J. Pina-Flores, M. Perton, A. Garcia-Jerez, E. Carmona, F. Luzon, J.C. Molina Villegas, F.J. Sanchez-Sesma // *Geophysical Journal International*. – 2016. – V. 208. – № 1.
 202. Perton, M. Inversion of the horizontal to vertical spectral ratio in presence of strong lateral heterogeneity / M. Perton, Z. Spica, C. Caudron // *Geophysical Journal International*. – 2017. – V. 212. – № 2.

203. Parolai, S. Joint inversion of phase velocity dispersion and H/V ratio curves from seismic noise recordings using a genetic algorithm / S. Parolai, M. Picozzi, S.M. Richwalski, C. Milkereit // *Geophysical Research Letters*. – 2005. – V. 32. – № 1.
204. Горбатилов, А.В. Патент на изобретение № RU2271554. “Способ сейсморазведки” / Горбатилов А.В. – Дата приоритета 25.03.2005. – Бюл. №7. – 10.03.2006
205. Горбатилов, А. В. Результаты исследований статистических характеристик и свойств стационарности низкочастотных микросейсмических сигналов / А. В. Горбатилов, М. Ю. Степанова // *Физика Земли*. – 2008. – № 1. – С. 57–67.
206. Горбатилов, А. В. Закономерности формирования микросейсмического поля под влиянием локальных геологических неоднородностей и зондирование среды с помощью микросейсм / А. В. Горбатилов, М. Ю. Степанова, Г. Е. Кораблев // *Физика Земли*. – 2008. – № 7. – С. 66–84.
207. Цуканов, А. А. Исследование влияния вклада объемных волн на результат применения метода микросейсмического зондирования / А. А. Цуканов, А. В. Горбатилов // *Акустический журнал*. – 2020. – Т. 66, № 2. – С. 198–205.
208. Собисевич, А. Л. Глубинное строение грязевого вулкана горы Карабетова / А. Л. Собисевич, А. В. Горбатилов, А. Н. Овсяченко // *Доклады Академии наук*. – 2008. – Т. 422, № 4. – С. 542–546.
209. Данилов К.Б., Юдахин Ф.Н., Французова В.И., Капустян Н.К., Шахова Е.В., Басакин Б.Г. Особенности проявления кимберлитовых тел в сейсмических полях (на примере трубки им. М.В. Ломоносова) // *Экология Арктических и приарктических территорий: материалы международного симпозиума / Институт экологических проблем Севера УрО РАН; - Архангельск 2010*. С. 233-236.
210. Горбатилов, А.В. Моделирование волн Рэлея вблизи рассеивающих скоростных неоднородностей. Изучение возможностей метода микросейсмического зондирования / А.В. Горбатилов, А.А. Цуканов // *Физика Земли*. 2011. № 4. С. 96 –112.

211. Li, S. Theoretical and numerical modeling of Rayleigh wave scattering by an elastic inclusion / S. Li, M. Huang, Y. Song, B. Lan, X. Li // The Journal of the Acoustical Society of America. – 2023. – V. 153. – № 4. – P. 2336–2350.
212. Лебедев А. В., Манаков С. А., Дубовой Д. В. Рассеяние волны Рэлея на приповерхностном включении в упругом полупространстве // Известия вузов. Радиофизика. 2023. Т. 66. № 5-6. С. 483–504.
213. Собисевич А. Л., Жостков Р. А. Об учете влияния рельефа в методе микросейсмического зондирования // Доклады Академии наук. — 2018. — Т. 4, № 481. — С. 438–441.
214. Жостков Р.А. Восстановление неоднородностей среды при микросейсмическом зондировании вдоль криволинейной поверхности // Акуст. журн. 2019. Т. 65, № 5. С. 708–720.
215. Жостков Р. А., Преснов Д. А., Собисевич А. Л. Развитие метода микросейсмического зондирования // Вестник Камчатской региональной ассоциации Учебно-научный центр. Серия: Науки о Земле. – 2015. – Т. 2, № 26. – С. 11–19.
216. Нумалов А. С., Преснов Д. А., Жостков Р. А. Изучение ошибки измерений в методе микросейсмического зондирования // Ученые записки физического факультета Московского Университета. – 2020. – № 5. – С. 2050801.
217. Цуканов А. А., Горбатилов А. В. Влияние заглубленных неоднородностей на спектральное отношение горизонтальных компонент случайного поля волн Рэлея // Акустический журнал. – 2018. – Т. 64, № 1. – С. 63–70.
218. Gorbatikov, A. V. New features in the subsurface structure model of el hierro island (canaries) from low-frequency microseismic sounding. an insight into the 2011 seismo-volcanic crisis / A. V. Gorbatikov, F. G. Montesinos, J. Arnoso et al. // Surveys in Geophysics. – 2013. – Vol. 34, no. 4. – P. 463–489.
219. Овсяченко А. Н., Горбатилов А. В., Рогожин Е. А., Андреева Н. В., Степанова М. Ю., Ларьков А. С., Сысолин А. И. Микросейсмическое зондирование и активные разломы керченско-таманского региона // Физика Земли. 2019. № 6. С. 84–95.

220. Яновская, Т.Б. К теории метода микросейсмического зондирования / Т.Б. Яновская // Физика Земли. 2017. № 6. С. 18–23.
221. Собисевич, А. Л., Преснов Д. А. О решении прямой задачи для определения параметров волн релеевского типа в слоистой геофизической среде / А. Л. Собисевич., Д. А. Преснов // Доклады Российской академии наук. Науки о Земле. 2020. Т. 492, № 2. С. 72–76.
222. Abbiss, C.P. Shear wave measurements of the elasticity of the ground / C.P. Abbiss // Geotechnique. – 1981. – V. 31. – P. 91-104;
223. Shtivelman, V. Using surface waves for estimating the shear-wave velocities in the shallow subsurface onshore and offshore Israel / V. Shtivelman // European journal of environmental and engineering geophysics. – 1999. – V. 4. – P. 17-36.
224. Foti, S. Some notes on model parameters for surface wave data inversion / S. Foti, C. Strobbia. – LasVegas: proc. SAGEEP, 2002.
225. Алешин И. М. Спектр отношения H/V сейсмического шума можно обращать совместно с приемными функциями / И. М. Алешин, А. Г. Гоев, Г. Л. Косарев, Д. А. Преснов // Физика Земли. – 2021. – № 4. – С. 133–141.
226. Жостков Р.А. Сравнение микросейсмического зондирования и томографического подхода при изучении глубинного строения Земли / Р. А. Жостков, Д. А. Преснов, А. С. Шуруп, А. Л. Собисевич // Известия Российской академии наук. Серия физическая. – 2017. – Т. 81, № 1. – С. 72–75.
227. Кейлис-Борок, В.И. О поверхностных волнах в слое, лежащем на упругом полупространстве / В.И. Кейлис-Борок // Известия АН СССР. Серия геофизическая. – 1951. – Т. 17. – № 2. – С. 17–39.
228. Белянкова, Т.И. К проблеме анализа динамических свойств слоистого полупространства / Т.И. Белянкова, В.В. Калинин // Акустический журнал. – 2014. – Т. 60. – № 5. – С. 492–504.
229. Бреховских Л.М. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
230. Мальцев И.А. Основы линейной алгебры. М.: «Наука», 1970. 400 с.

231. Левшин, А.Л. Поверхностные сейсмические волны в горизонтально-неоднородной Земле / А.Л. Левшин, Т.Б. Яновская, А.В. Ландер, Б. Г. Букчин, М.П. Бармин, Л.И. Ратникова, Е.Н. Итс— М.: Наука, 1986. — С. 278.
232. Разин, А.В. Возбуждение поверхностных акустических волн Рэлея и Стонели распределёнными сейсмическими источниками / А.В. Разин // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. — 2010. — Т. 53. — № 2. — С. 91-109.
233. Amestoy, P.R. Multifrontal parallel distributed symmetric and unsymmetric solvers / P.R. Amestoy, I.S. Duff, J.-Y. l'Excellent // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. — 2000. — V. 184. — № 2-4. — P. 501-520.
234. Атапин, В.Г. Сопротивление материалов. Базовый курс. Дополнительные главы / В.Г. Атапин, А.Н. Пель, А.И. Темников. — М.: Новосибирский государственный технический университет (НГТУ), 2011. — 508 с.
235. Dziewonski, A. Preliminary Reference Earth Model / A. Dziewonski, D. Anderson // Physics of the Earth and Planetary Interiors. — 1981. — V. 25. — P. 297-356.
236. Жостков, Р.А. Амплитудные характеристики волн рэлеевского типа в горизонтально-неоднородных слоистых средах / Р.А. Жостков, Д.А. Жарков // Акустический журнал. — 2024. — Т. 70. — № 6. — С. 907-920.
237. Цуканов, А.А. О возможности обнаружения в поле поверхностных волн геологических тел, не имеющих скоростного контраста / А.А. Цуканов, А.В. Горбатиков // Акустический журнал. — 2025. — Т. 71. — № 2. — С. 273-283.
238. Цуканов, А.А. Метод микросейсмического зондирования: влияние аномальных значений коэффициента Пуассона и оценка величины нелинейных искажений / А.А. Цуканов, А.В. Горбатиков // Физика Земли. — 2015. — № 5. — С. 94-102.
239. Преснов, Д.А. Определение параметров ледового покрова с помощью сейсмоакустического шума / Д.А. Преснов, А.Л. Собисевич, А.С. Шуруп // Акустический журнал. — 2023. — Т. 69. — № 5. — С. 637-651.
240. Буров, В.А. Роль выбора базисных функций в задачах акустической томографии океана / В.А. Буров, С.Н. Сергеев, А.С. Шуруп // Акустический журнал. — 2007. — Т. 53. — № 6. — С. 791-808.

241. Преснов, Д.А. Новые данные о глубинном строении грязевого вулкана Джау-Тепе / Д.А. Преснов, Р.А. Жостков, Д.В. Лиходеев, Д. Е. Белобородов, З.И. Дударов, С.М. Долов // Вулканология и сейсмология. – 2020. – № 3. – С. 34-45.
242. Sambridge, M. Monte Carlo methods in geophysical inverse problems / M. Sambridge, K. Mosegaard // Rev. Geophys. – 2002. – V. 40. – № 3. – P. 1009.
243. Tarantola, A. Inverse problem theory and methods for model parameter estimation / A. Tarantola. – Society for industrial and applied mathematics, 2005. – 339 p.
244. Жостков, Р.А. Исследование геоакустических полей, наведенных подповерхностными источниками в слоистой геофизической среде: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 25.00.10 / Жостков Руслан Александрович. – М., 2014. – 192 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2023669232

Программа для расчёта вертикальных профилей
компонент смещений волн Рэлея в слоистой среде

Правообладатель: **Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Институт физики Земли им. О.Ю.
Шмидта Российской академии наук (RU)**

Автор(ы): **Жарков Денис Александрович (RU)**



Заявка № 2023668288

Дата поступления 04 сентября 2023 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 12 сентября 2023 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат 429b6a0fe3853164baf96f83b73b4aa7
Владелец **Зубов Юрий Сергеевич**
Действителен с 10.05.2023 по 02.08.2024

Ю.С. Зубов